



## ЦИФРОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ И ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

Научная статья

<https://doi.org/10.17073/2500-0632-2025-07-1104>

УДК 622.281 (574.32)

**Формирование зон неупругих деформаций  
на примере цифрового математического моделирования****В. Ф. Демин<sup>1</sup>  , Н. Г. Валиев<sup>2</sup>  , Д. Р. Ахматнуров<sup>1</sup>   ,  
Р. А. Мусин<sup>1</sup>  , Н. М. Замалиев<sup>1</sup>  **<sup>1</sup> *Каргадинский технический университет имени Абылкаса Сагинова,  
г. Караганда, Республика Казахстан*<sup>2</sup> *Уральский государственный горный университет, г. Екатеринбург, Российская Федерация* *d.akhmatnurov@gmail.com***Аннотация**

Комплексный учет геомеханических и структурных характеристик горного массива является обязательной основой для обеспечения безопасности и эффективности подземных горных работ. Критически важными параметрами, подлежащими включению в расчетные модели, выступают физико-механические и прочностные свойства пород, степень их трещиноватости, а также исходное и техногенно-измененное напряжённое состояние массива. Исследование направлено на геомеханическое обоснование параметров крепления подготовительных выработок в условиях развития пластических деформаций. Методическая база основана на сочетании теоретического анализа, численного моделирования методом конечных элементов в программном комплексе RS2 (Rocscience) и обобщения экспериментальных данных о свойствах вмещающих пород, что позволило детально проанализировать напряжённо-деформированное состояние массива на различных стадиях проведения горных работ, включая засечку новой выработки и её последующее развитие. В результате моделирования установлены пространственные границы зон деформирования: глубина развитых неупругих деформаций составляет 0,6–0,7 м от контура выработки, область упругопластического деформирования достигает 1,8–1,9 м. Анализ напряжённого состояния показал, что в зоне опорного давления перед забоем напряжения достигают 20,48 МПа, что на 25 % превышает природный уровень на глубине 600 м. С применением коэффициента запаса прочности FoS выявлены локальные участки с FoS < 1 в районе засечки, количественно подтверждающие необходимость усиления крепи. Полученные результаты позволяют сформировать научно обоснованный подход к прогнозированию геомеханического состояния массива и выбору рациональных параметров крепи, что способствует повышению устойчивости выработок, снижению объемов ремонтных работ и увеличению уровня промышленной безопасности при подземной разработке угольных месторождений.

**Ключевые слова**

горное дело, подземные горные работы, горные выработки, крепь, параметры, геомеханика, геомеханические процессы, анкерная крепь, моделирование, аналитическое моделирование, напряжённо-деформированное состояние, горное давление, массив горных пород, методика, зависимости, метод конечных элементов

**Финансирование**

Исследование выполнено при поддержке Комитета науки Министерства науки и высшего образования Республики Казахстан в рамках программно-целевого финансирования по реализации научной и научно-технической программы ИРН BR24992803.

**Для цитирования**


Demin V.F., Valiev N.G., Akhmatnurov D.R., Mussin R.A., Zamaliyev N.M. Formation of inelastic deformation zones based on numerical modeling. *Mining Science and Technology (Russia)*. 2026;10(1):90–102. <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2025-07-1104>



## MINING ROCK PROPERTIES. ROCK MECHANICS AND GEOPHYSICS

Research paper

## Formation of inelastic deformation zones based on numerical modeling

V. F. Demin<sup>1</sup>  , N. G. Valiev<sup>2</sup>  , D. R. Akhmatnurov<sup>1</sup>   ,  
R. A. Mussin<sup>1</sup>  , N. M. Zamaliyev<sup>1</sup>  <sup>1</sup> *Abylkas Saginov Karaganda Technical University, Karaganda, Republic of Kazakhstan*<sup>2</sup> *Ural State Mining University, Yekaterinburg, Russian Federation* *d.akhmatnurov@gmail.com***Abstract**

Comprehensive consideration of the geomechanical and structural characteristics of the rock mass is a prerequisite for ensuring the safety and efficiency of underground mining operations. The key parameters that must be incorporated into computational models include the physical, mechanical and strength properties of rocks, their degree of fracturing, as well as the initial and mining-induced stress state of the rock mass. This study investigates geomechanical criteria for determining support parameters of development workings under conditions of plastic deformation. The methodological framework is based on a combination of theoretical analysis, finite element numerical modeling using the RS2 software package (Rocscience), and generalization of experimental data on the properties of host rocks. This approach enabled a detailed analysis of the stress-strain state of the rock mass at various stages of mining operations, including the roadway junction where a new roadway is driven from an existing excavation and its subsequent development. The modeling results established the spatial boundaries of deformation zones: the depth of developed inelastic deformation reaches 0.6–0.7 m from the excavation boundary, while the elastoplastic deformation zone extends to 1.8–1.9 m. Stress analysis showed that in the abutment pressure zone ahead of the excavation face, stresses reach values of 20.48 MPa, which is about 25% higher than the in-situ stress level at a depth of 600 m. Analysis of the Factor of Safety (FoS) revealed local zones with FoS < 1 in the junction zone, indicating the need for reinforcement of the support system. The results provide a scientifically substantiated basis for predicting the geomechanical state of the rock mass and for selecting rational support parameters, thereby improving excavation stability, reducing maintenance requirements, and enhancing industrial safety in underground coal mining.

**Keywords**

mining, underground mining, development workings, rock support, parameters, geomechanics, geomechanical processes, rock bolting, modeling, analytical modeling, stress-strain state, rock pressure, rock mass, methodology, relationships, finite element method

**Funding**

This study was supported by the Science Committee of the Ministry of Science and Higher Education of the Republic of Kazakhstan under the targeted funding program for the implementation of a scientific and scientific-technical program, IRN BR24992803.

**For citation**

Demin V. F., Valiev N. G., Akhmatnurov D. R., Mussin R. A., Zamaliyev N. M. Formation of inelastic deformation zones based on numerical modeling. *Mining Science and Technology (Russia)*. 2026;10(1):90–102. <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2025-07-1104>

**Введение**

Для обеспечения эффективной разработки месторождений полезных ископаемых необходимо учитывать физико-механические и прочностные свойства, трещиноватость, напряжённое состояние массива горных пород, что позволяет определить деформации и выявить зоны с повышенным напряжением, влияющие на устойчивость выработок и условия труда работающих [1, 2].

Породы кровли, боков и почвы в проводимых выработках на угольных шахтах Караганды имеют невысокую прочность на одноосное сжатие с разрушением в диапазоне 20–37 МПа и относятся к классу неустойчивых (при обнажении более одного метра обрушаются), склонны к размоканию и пучению.

Поскольку проблема устойчивости горных выработок остаётся одной из наиболее актуальных и опре-

деляющих эффективность работы угольных шахт в Карагандинском бассейне Республики Казахстан (РК), необходимо проведение научно-прикладных исследований, таких как: определение параметров крепи в зонах сводообразования пород; прогнозная геомеханическая оценка деформированного состояния вмещающего массива на угольных пластах с учетом их напряжённо-деформированного состояния [3, 4].

В настоящее время перспектива развития представленного научного направления для подземных работ в угольной отрасли РК, связанного с оценкой формирования зон неупругих деформаций с использованием цифрового математического моделирования [5, 6], зависит от применения результатов научно-прикладных исследований для апробации перспективных разработок на угольных шахтах Карагандинского бассейна.



**Цель:** геомеханическое обоснование параметров крепления горных выработок на основе исследования напряжённо-деформированного состояния приконтурных зон углепородного массива в различных условиях эксплуатации.

Основными задачами при решении поставленной цели являются:

– анализ современного состояния технологических схем проведения и поддержания горных выработок, их устойчивости и дефектности;

– установление особенностей деформирования породного массива, вмещающего подготовительные выработки шахт;

– обоснование параметров крепления горных выработок с учетом техногенных проявлений горно-технических факторов для разработки эффективных средств и способов крепления горных выработок.

Идея исследований состоит в том, что на основе геомеханического прогноза развития неупругих деформаций, распространения зон напряжений в примыкающих техногенных массивах вокруг горной выработки будут обоснованы технологические параметры крепления подготовительных выработок для обеспечения их устойчивости.

В представленном исследовании предлагается интегрированная структурированная методика, которая объединяет геомеханическую характеристику, прогноз деформаций при (различных) схемах крепления в зависимости от глубины пласта, геометрии и литологических свойств. Использование оценок деформационного состояния для стабилизации контуров в выработках угольных шахт сократит объемы ремонта, значительно повысив эксплуатационную безопасность, эффективность и своевременность сроков подготовки фронта очистных работ.

Представленная статья опирается на численные методы при моделировании технологий крепления для стабилизации угленосного вмещающего массива пород вокруг горных выработок, при этом особое внимание в ней уделяется напряжённо-деформированному состоянию в условиях горного давления.

Методический подход включает построение расчетной модели исследуемого неустойчивого объема пород, отделяемых от массива контактами ослабления, которая является математическим представлением пространственного размещения выработки, слоев пород и пласта угля.

Одной из наиболее распространенных форм проявления горного давления является разрушение массива пород, окружающего горную выработку [7, 8]. Это разрушение может охватывать значительные области массива, что приводит к обрушению части пород под действием собственного веса в выработку. При меньших размерах области разрушения горное давление проявляется в выпадении отдельных кусков породы. Другой формой его проявления является деформация контура выработки, наблюдаемая при эксплуатации. Чаще всего обе формы проявлений происходят одновременно, причем наиболее опасными являются динамические проявления, такие как «стреляние» пород, разрушающихся хрупко, внезапные выбросы

и горные удары [9, 10]. Разрушение породного массива вблизи подземного сооружения возникает в тот момент, когда определенная комбинация параметров напряжённо-деформированного состояния достигает критического значения<sup>1</sup> [2, 11].

Напряжения вмещающего массива вокруг выработки [12, 13], превысившие предел ползучести, с течением времени уменьшаются вследствие пластических деформаций пород. По мере снижения напряжений замедляется и скорость деформации пород, что, в свою очередь, уменьшает скорость смещений контура выработки. При этом увеличение напряжений вызывает новую волну смещений.

В области неупругого деформирования нарушается целостность массива, появляются микродефекты, перерастающие в макроразрывы. Рост таких деформаций (дилатансия) приводит к увеличению объема пород, значения которого на порядок больше смещений, вызванных упругими деформациями, что и является основной причиной смещений пород в приконтурной части горных выработок в зоне действующего горного давления<sup>2</sup> [14].

Наиболее важным является определение неупругих деформаций пород в зоне предельного состояния с учетом зоны распространения неупругих деформаций и степени разрыхления пород в области предельного деформирования [15].

### Актуальность

Горнодобывающая отрасль Казахстана является одной из ведущих отраслей экономики страны. Интенсивная эксплуатация минерально-сырьевой базы ставит горные предприятия перед рядом сложных задач, связанных с обеспечением устойчивости и безопасности горных выработок. Особенно актуальной становится задача контроля смещений горных пород вокруг выработок, что критически важно при разработке месторождений на больших глубинах, где значительно возрастает горное давление [16, 17].

Геологические условия Казахстана отличаются значительным разнообразием породных массивов, таких как угольные, железорудные, полиметаллические и другие месторождения. Карагандинский угольный бассейн, один из крупнейших в стране, выделяется сложностью строения пластов, значительной глубиной залегания и высокими нагрузками, что требует применения современных методов моделирования для оценки напряжённо-деформированного состояния пород. Эти задачи становятся особенно важными на фоне роста требований к безопасности горных работ и необходимости минимизации рисков, связанных с разрушением приконтурных пород.

<sup>1</sup> Журов В.В. Совершенствование методики расчета параметров крепления выработок с учетом горно-технологических факторов. [Дисс. ... канд. техн. наук]. Караганда: КарГТУ; 2010. 115 с.

<sup>2</sup> Демин В.Ф., Ситников Р.С., Стефлюк Ю.Ю. и др. Устройство для крепления контуров выработки в неустойчивых породах. Патент. 31419 Респ. Казахстан, МПК E21D 21/00. Опубл. 15.08.2016, Бюл. № 9.



Проявлениями горного давления вокруг проводимой выработки являются: зона опорного давления; зона напряжений впереди забоя с переходом в зону трещинообразования; близкие к контуру забоя по фронту зоны отжима и измельчения горного массива.

### Краткие теоретические сведения для установления геомеханических характеристик в горном массиве

Проведение горной выработки нарушает равновесное состояние пород и приводит к перераспределению напряжений в окружающем ее массиве, причем интенсивность напряжений на контуре выработки намного выше, чем в нарушенном массиве. Повышенные напряжения на контуре выработки приводят к образованию вокруг нее зоны неупругих деформаций [16, 17]. Структура зоны и характер деформирования пород в ней зависят от глубины заложения выработки, типа пород и их физико-механических и технологических свойств, размера выработки, типа и характеристики крепи, угла залегания вмещающих пород. Проявлениями горного давления, наблюдаемыми из пройденной выработки, являются смещения пород приконтурного массива [7].

Основное внимание уделено определению смещений контура выработки с учетом экспериментально полученных данных горных пород на основании напряжённо-деформированного состояния массива.

Рядом исследований определены рекомендации по снижению коэффициента разрыхления (дилатансии) горных пород, которое достигается за счет корректировки параметров крепления, геометрии выработки и управления скоростью деформирования пород.

Для достижения поставленной цели использован комплексный метод исследований, основанный на сочетании теоретического анализа, численного моделирования и экспериментальных исследований. Такой подход обусловлен сложным, нелинейным характером деформирования углепородного массива, при котором напряжённо-деформированное состояние приконтурных зон определяется совместным влиянием горнотехнических условий, физико-механических свойств пород и параметров системы крепи. Численное моделирование применялось для прогноза деформаций контуров выработок и анализа перераспределения напряжений, теоретические методы – для обобщения и интерпретации полученных закономерностей, а экспериментальные исследования – для верификации расчётных результатов и уточнения исходных параметров модели.

Для установления геомеханических закономерностей, происходящих в подготовительных горных выработках, проводимых в угольных пластах, проведены аналитические исследования по определению деформаций кровли вдоль оси подготовительной горной выработки.

Рассматриваются особенности перераспределения напряжений и формирования зон деформаций в массиве в зависимости от свойств вмещающих пород и параметров выработки. Анализ выполняется на основе численного моделирования, учитывающе-

го геомеханические характеристики массива и схемы крепления, с целью выявления закономерностей развития напряжённо-деформированного состояния и возможных зон неустойчивости.

Ниже представлена математическая модель проявлений горного давления вокруг пройденной выработки со смещениями пород приконтурного массива. Конечные значения смещений горных пород в выработках  $U_{\text{сум}}$  складываются за счет упругих  $U_1$  и неупругих  $U_2$  деформаций:

$$U_{\text{сум}} = U_1 + U_2. \quad (1)$$

Упругие деформации определяются по формулам [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_x}{\partial x} + \frac{\partial X_y}{\partial y} + X &= 0, \\ \frac{\partial X_y}{\partial x} + \frac{\partial Y_y}{\partial y} + Y &= 0, \\ X_x &= \lambda\theta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \\ Y_y &= \lambda\theta + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}, \\ X_y &= \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $X$ ,  $Y$ ,  $X_x$ ,  $Y_y$  – векторы действующих смещений и их проекции по осям системы координат;  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $\nu$  – кинематическая вязкость, Н/м<sup>2</sup>;  $u$  – скорость деформации, м/сут;  $\lambda$  – коэффициент бокового распора;  $r$ ,  $\theta$  – полярные координаты точек.

Неупругие деформации пород в зоне предельного состояния определяются по формуле [8]:

$$U_2 = \frac{S_{\text{зр}}}{P_{\text{выр}}} (K_{\text{раз}} - 1), \quad (3)$$

где  $S_{\text{зр}}$  – площадь условной зоны неупругих деформаций, м<sup>2</sup>;  $P_{\text{выр}}$  – периметр выработки, м;  $K_{\text{раз}}$  – коэффициент разрыхления пород в области запредельного деформирования.

Численное моделирование напряжённо-деформированного состояния массива горных пород выполнено с использованием программного комплекса RS2 (Rocscience), реализующего метод конечных элементов. Выбор данного программного продукта обусловлен его специализацией на задачах геомеханического анализа подземных горных выработок, возможностью детального учёта сложной геометрии выработок, послойного строения массива, нелинейных деформационных свойств пород, а также реализации различных критериев прочности и граничных условий, характерных для условий подземной разработки. Метод конечных элементов, реализованный в RS2, позволяет адекватно описывать перераспределение напряжений и развитие деформаций в приконтурных зонах массива, что является принципиально важным при анализе устойчивости выработок и обосновании параметров крепления.

Процесс моделирования включал последовательное выполнение следующих этапов:

- построение расчётной геометрической модели горной выработки в заданных горнотехнических условиях эксплуатации;
- задание физико-механических свойств пород и формирование горно-геологической модели рассматриваемого участка массива;
- построение триангуляционной конечно-элементной сетки с локальным сгущением элементов в приконтурной зоне выработки;
- проведение расчётов при заданных граничных условиях и принятых критериях оценки напряжённо-деформированного состояния массива;
- интерпретация и анализ полученных результатов с целью оценки деформаций и напряжений в зоне влияния горной выработки.

### Механизм цифрового математического моделирования

Для более полного рассмотрения механизма формирования зон неупругих деформаций вокруг горной выработки при её проведении было выполнено цифровое математическое моделирование с использованием программного обеспечения RS. В рамках работы была разработана модель, учитывающая геологические условия засечки горной выработки с её дальнейшим проведением по угольному пласту на глубине 600 м от поверхности земли.

Модельные условия включали породы почвы выработки, представленные аргиллитом и алевролитом,

а также кровлю угольного пласта, сложенную алевролитами и песчаниками. Особое внимание уделено анализу напряжённо-деформированного состояния массива, включая выделение зон неупругих деформаций, возникающих в результате изменения горного давления и взаимодействия породного массива с контуром выработки. Общая цифровая модель представлена на рис. 1.

Модель была структурирована поэтапно, что позволило детально рассмотреть эволюцию напряжённо-деформированного состояния массива на каждом этапе проведения горной выработки.

Начальная стадия моделирования включает выемку первой выработки, которая служит местом засечки для последующего направления новой выработки. На этом этапе особое внимание уделялось анализу формирования начальных зон перераспределения напряжений вокруг засечки, что закладывает основу для дальнейшей работы.

На следующей стадии была смоделирована разделка сопряжения между выработками. Этот этап важен для изучения взаимодействия зон напряжений и деформаций, а также для оценки устойчивости сопряжения и влияния его параметров на общее состояние породного массива.

На последующих стадиях моделирования осуществлялась постепенная выемка угольной массы. Каждая стадия предусматривала проведение выемки угля с шагом 0,75 м. Такой подход позволил выявить динамику изменения напряжений и деформаций в массиве, а также оценить развитие зон неупругих деформаций.

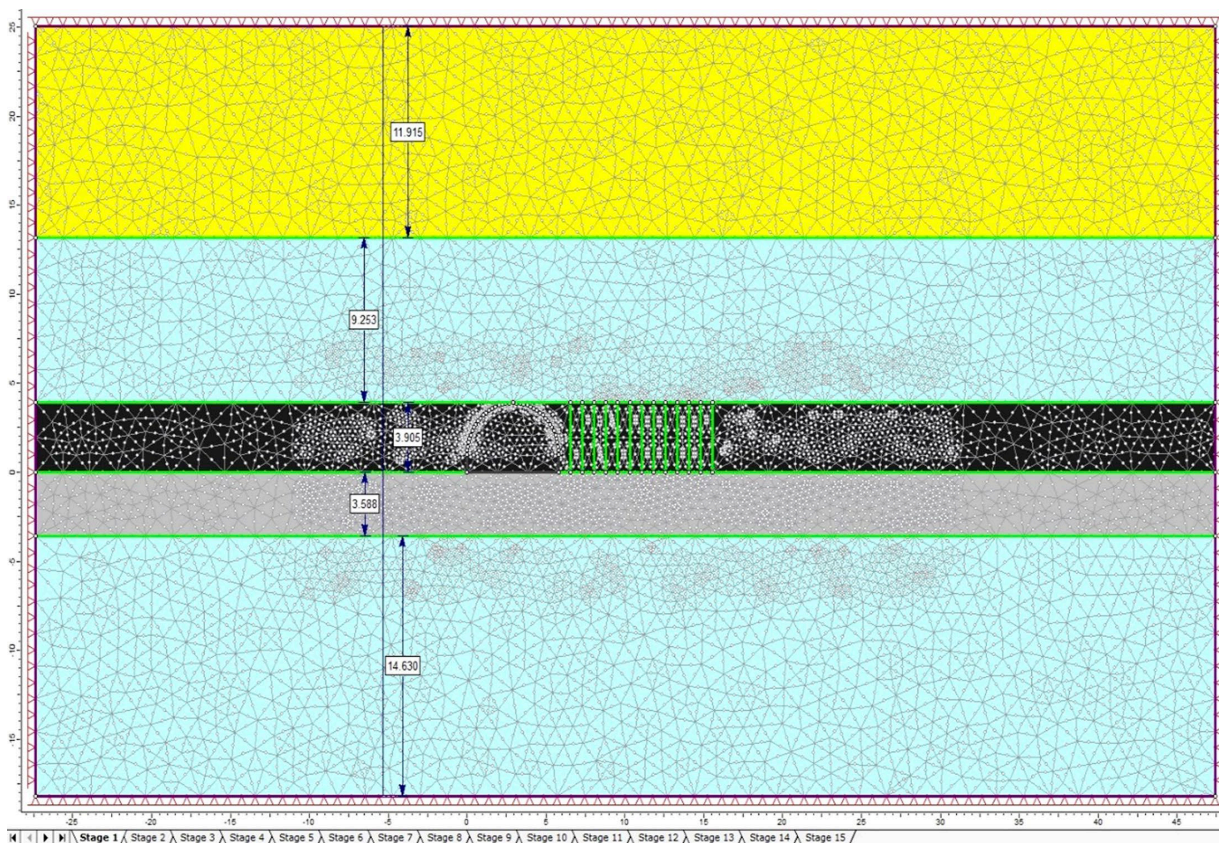


Рис. 1. Цифровая модель проведения горной выработки

Для повышения точности получаемых результатов в процессе моделирования было принято решение существенно сгустить сетку разбиения на конечные элементы в тех областях, которые непосредственно прилегают к рассматриваемой выработке.

Для определения начальных параметров действующих напряжений и последующего сравнения с ними напряжённо-деформированного состояния массива с проводящимися горными работами первая стадия включает в себя отсутствие каких-либо горных работ. Как видно на рис. 2, напряжения в горном массиве соответствуют расчетным параметрам напряжений в нетронутом массиве на рассматриваемой глубине:

$$\sigma_{\gamma} = \gamma \cdot H = 0,0273 \cdot 600 \approx 16,4 \text{ МПа,}$$

где  $\gamma$  – средний объёмный вес вышележащих пород,  $\text{kH/m}^3$ ;  $H$  – глубина, м.

На рис. 3 представлено распределение максимальных главных напряжений  $\sigma_1$  в нетронутом углепородном массиве до проведения горной выработки, полученное в результате численного моделирования. Цветовая шкала отражает увеличение значений вертикальных напряжений с глубиной, что соответствует естественному геостатическому напряжённому состоянию массива и подтверждает корректность задания исходных граничных условий модели.

Анализ поля напряжений показывает, что в отсутствие выработки распределение  $\sigma_1$  носит квазилинейный характер и формируется преимущественно под действием собственного веса вышележащих пород. Отсутствие локальных концентраций напряжений и резких градиентов свидетельствует о равновесном состоянии массива и позволяет рассматривать данную модель в качестве базового (эталонного) состояния для последующего анализа техногенного воздействия.

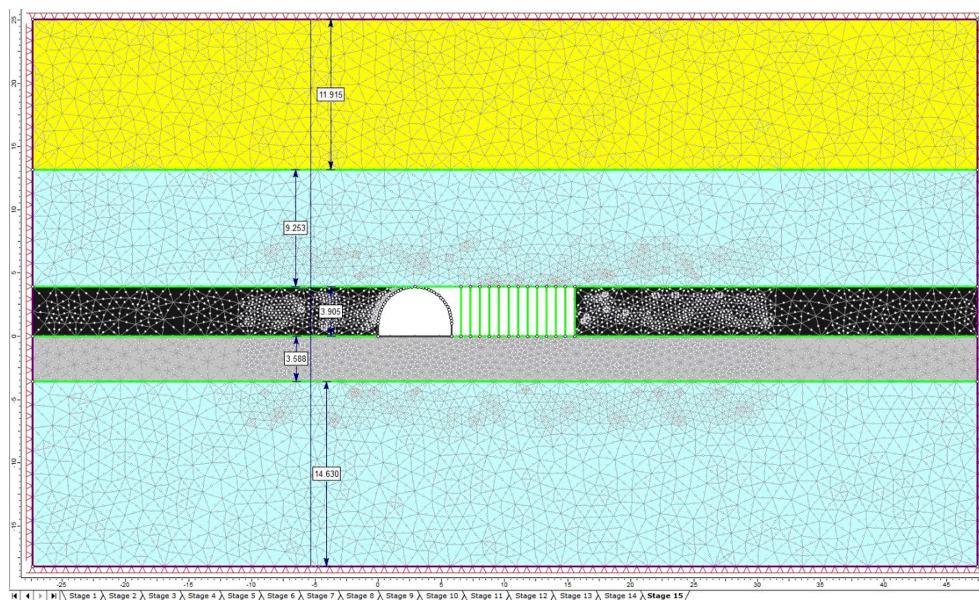


Рис. 2. Цифровая модель на последней стадии выемки

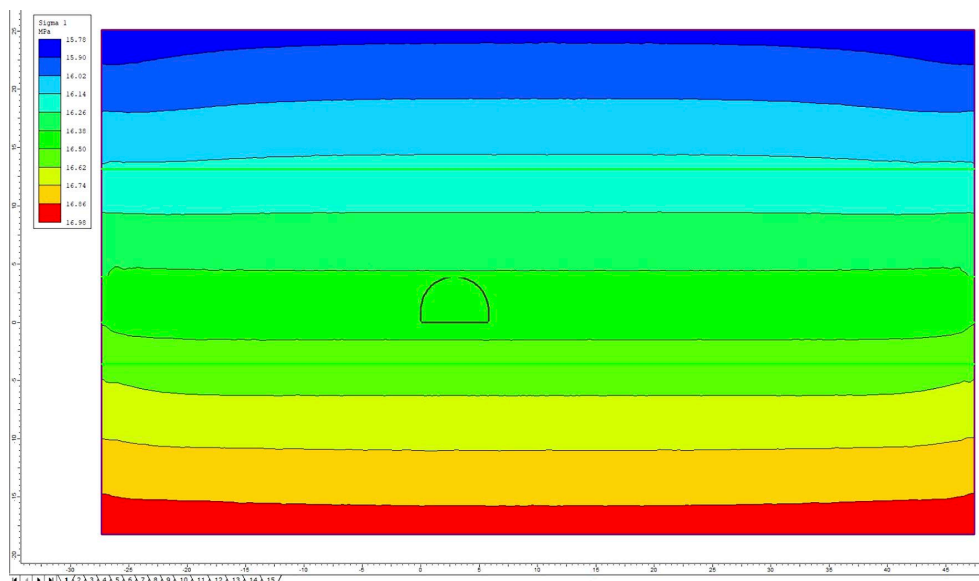


Рис. 3. Распределение главных действующих напряжений в нетронутом массиве

### Обсуждение результатов исследований

Распределение напряжений при различных стадиях проведения горной выработки представлено на рис. 4–7.

Рис. 4 иллюстрирует распределение главных действующих напряжений  $\sigma_1$  в приконтурном массиве горных пород вокруг выработки, в которой предусматривается выполнение засечки. Полученная картина напряжённого состояния отражает результат численного моделирования и позволяет выявить зоны концентрации и перераспределения напряжений, формирующиеся в результате нарушения сплошности массива при проведении выработки.

Анализ распределения напряжений показывает, что в приконтурной зоне кровли и боковых частей выработки формируется выраженная область повышенных сжимающих напряжений, значения которых существенно превышают фоновые напряжения нетронутого массива. Максимальные значения  $\sigma_1$  концентрируются вблизи сопряжений контура выработки с боковыми стенками, что обусловлено геоме-

трическим эффектом выемки и перераспределением нагрузок в массиве. В почве выработки, напротив, наблюдается зона пониженных напряжений, связанная с разгрузкой массива и развитием растягивающих и сдвиговых деформаций.

Рис. 5 отражает распределение главных действующих напряжений  $\sigma_1$  в массиве горных пород при засечке новой выработки из существующей. Представленные результаты получены на основе численного моделирования и характеризуют изменение напряжённо-деформированного состояния массива в зоне сопряжения выработок.

Рис. 6 иллюстрирует распределение главных действующих напряжений  $\sigma_1$  в приконтурном массиве горных пород на стадии ведения горных работ на расстоянии +1,5 м от зоны засечки. Данная стадия моделирования отражает развитие напряжённо-деформированного состояния массива после первоначального формирования сопряжения выработок и позволяет оценить пространственную эволюцию напряжений по мере удаления забоя от узла засечки.

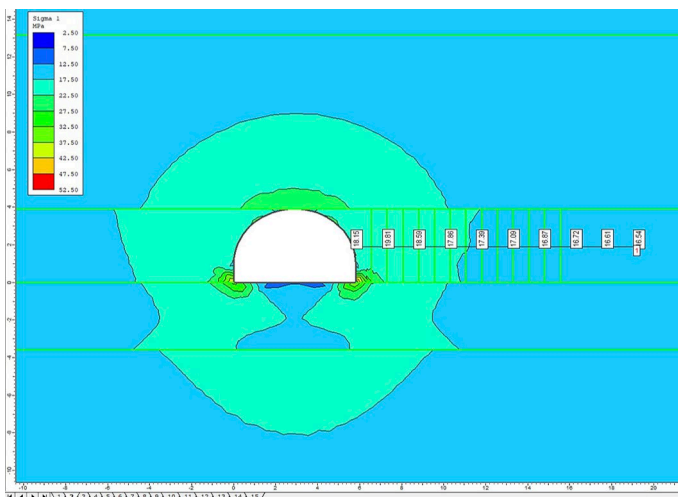


Рис. 4. Распределение главных действующих напряжений в приконтурном массиве выработки, с которой производится засечка

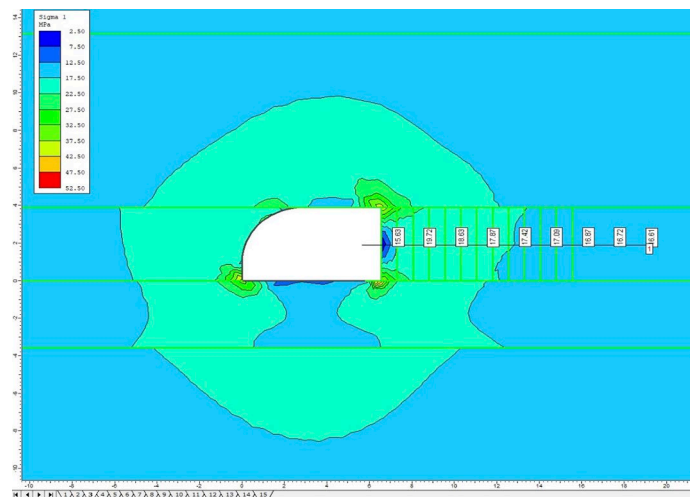


Рис. 5. Распределение главных действующих напряжений при засечке новой выработки

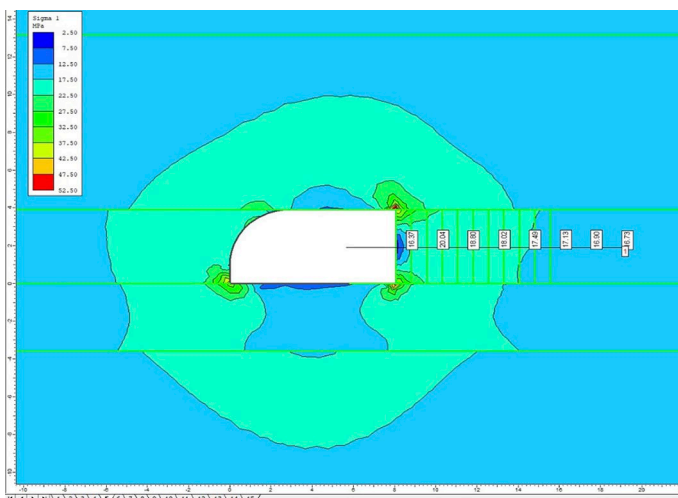


Рис. 6. Распределение главных действующих напряжений при ведении горных работ +1,5 м от засечки

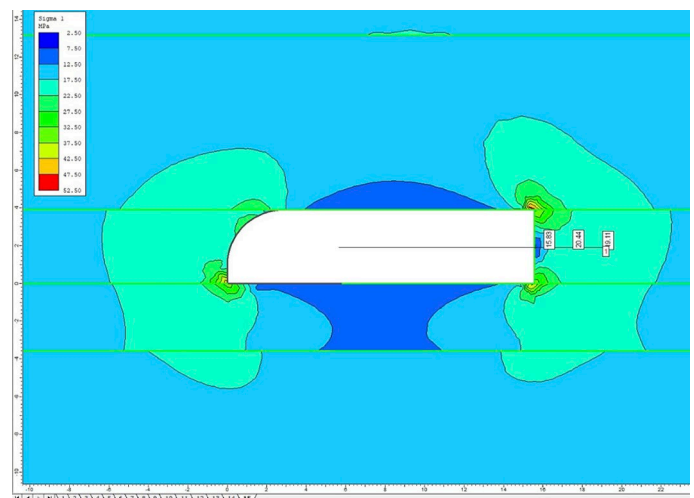


Рис. 7. Распределение главных действующих напряжений при ведении горных работ +9 м от засечки

Рис. 7 отражает распределение главных действующих напряжений  $\sigma_1$  в массиве горных пород на стадии ведения горных работ на расстоянии +9 м от зоны засечки, что соответствует этапу выхода выработки в режим квазистационарного напряжённого состояния.

Полученные результаты показывают, что на данном удалении влияние зоны засечки на общее напряжённое поле существенно ослабевает. Напряжённое состояние массива приобретает более симметричный характер относительно оси выработки, а локальные концентрации напряжений, ранее зафиксированные в приконтурной зоне сопряжения, трансформируются в протяжённые области умеренных сжимающих напряжений.

В кровле выработки формируется устойчивая зона пониженных значений  $\sigma_1$ , характерная для сформировавшейся зоны разгрузки, тогда как в боковых частях массива сохраняются участки повышенных напряжений, определяющие границы активного влияния горных работ. В почве выработки напряжённое состояние выравнивается, что свидетельствует о снижении интенсивности деформационных процессов по сравнению с начальными стадиями ведения работ.

Сравнение распределений напряжений на расстояниях +1,5 и +9 м от засечки показывает, что основные геомеханические эффекты, связанные с концентрацией напряжений, локализируются в пределах ограниченной зоны за сопряжением выработок. За её пределами напряжённое состояние массива стабилизируется и определяется преимущественно глубиной залегания и физико-механическими свойствами пород.

Как видно из интерпретации распространения главных действующих напряжений, при ведении горных работ во фронте забоя горной выработки формируется зона опорного горного давления. В этой зоне напряжения возрастают и достигают 20,48 МПа, что примерно на 25 % превышает уровень природных напряжений, характерных для нетронутого массива. Это увеличение связано с перераспределением напряжений вокруг выработки, вызванным локальным нарушением целостности массива. С точки зрения механики горных пород подобное увеличение напряжений может влиять на устойчивость выработки, особенно при наличии слабых структурных элементов в массиве.

Кроме того, в интерпретации, представленной на рис. 5–7, выделяется участок с уменьшением напряжений, который свидетельствует о наличии в груди забоя зоны разгрузки глубиной до 0,7 м. Это явление указывает на возможное разуплотнение массива, а также частичное его разрушение. Подобные зоны разгрузки характерны для мест локального перераспределения напряжений, вызванного непосредственным воздействием горных работ.

Наличие такой зоны важно учитывать, поскольку разуплотнённый массив отличается сниженной несущей способностью. Это может привести к увеличению объемов осыпавшихся пород и усложнению ведения работ. Для минимизации рисков следует

применять специальные меры, такие как усиление крепи, проведение тампонажа или дополнительный контроль состояния породы с использованием геофизических методов.

Для оценки распространения зон неупругих деформаций, а также выявления участков, подверженных рискам пластической деформации или полного разрушения, наиболее информативным параметром интерпретации считается так называемый Factor of Safety (FoS). Этот параметр представляет собой коэффициент запаса прочности и позволяет количественно оценить, насколько текущие напряжения в массиве близки к пределу его разрушения.

В программном обеспечении, таком как RS (например, Rocscience RS2 или RS3), расчет значения FoS основан на использовании сложных алгоритмов, которые учитывают параметры прочности массива. Расчеты включают физико-механические характеристики пород, такие как: предел прочности при сжатии (определяет способность массива сопротивляться давлению); модуль упругости (характеризует деформационные свойства массива и его реакцию на нагрузки); коэффициент сцепления (описывает силы, удерживающие частицы массива вместе); угол внутреннего трения (определяет сопротивление скольжению между частицами).

Основным критерием распространения зон неупругих деформаций является превышение расчетного напряжения над пределами прочности массива, что может привести к локальным разрушениям, пластическим деформациям и изменению структуры породного массива.

Применение FoS в интерпретации данных позволяет не только прогнозировать поведение массива под нагрузкой, но и разрабатывать эффективные меры по стабилизации, такие как выбор оптимальной крепи, изменение параметров выработки или введение компенсирующих мероприятий. Таким образом, анализ зон неупругих деформаций с использованием FoS становится ключевым элементом при оценке устойчивости горных выработок. Распределение условных зон неупругих деформаций представлено на рис. 8.

Использование коэффициента запаса прочности FoS при интерпретации результатов численного моделирования позволяет не только количественно оценивать степень устойчивости приконтурного массива, но и выявлять потенциально опасные зоны развития неупругих деформаций. В отличие от анализа отдельных компонентов напряжений распределение FoS обеспечивает интегральную характеристику напряженно-деформированного состояния пород с учётом их прочностных свойств.

Как показано на рис. 8, в районе засечки новой выработки формируются локальные зоны пониженных значений FoS ( $FoS < 1$ ), приуроченные к приконтурным участкам кровли, почвы и боковых стенок. Эти области соответствуют зонам перехода массива в неупругое состояние и характеризуют потенциальные очаги развития разрушений, расслоений и интенсивных деформаций.

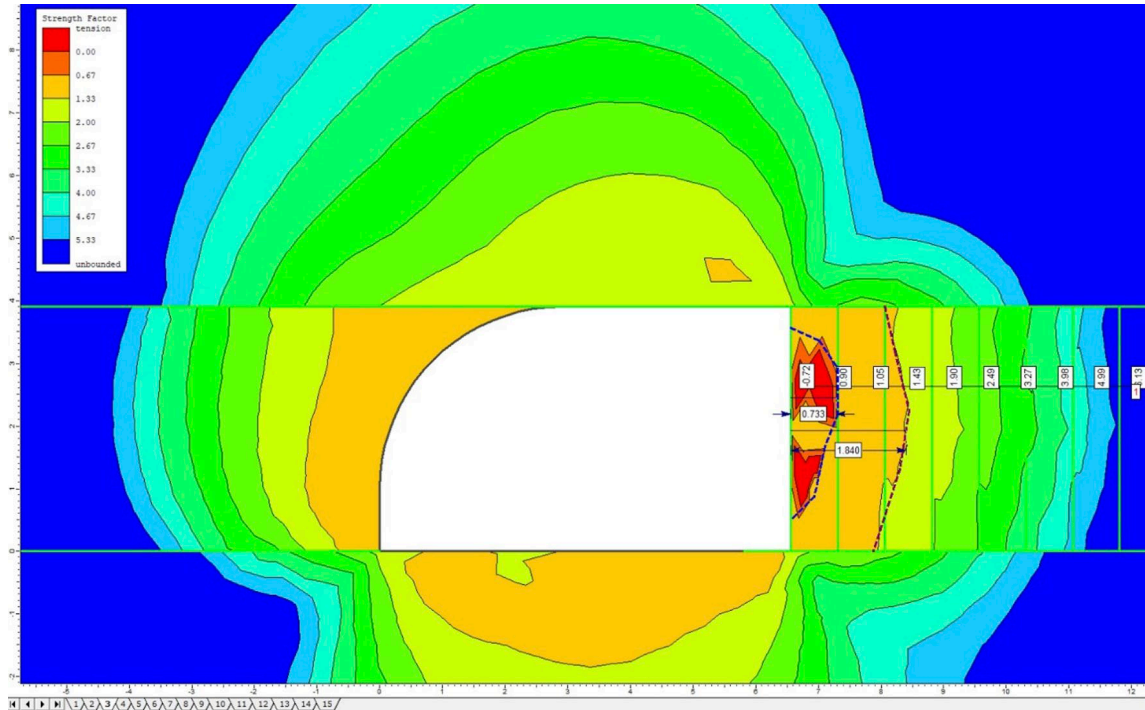


Рис. 8. Распределение условных зон неупругой деформации в месте засечки новой выработки

В направлении от контура выработки вглубь массива наблюдается постепенное увеличение значений FoS, что свидетельствует о затухании влияния горных работ и переходе массива в устойчивое состояние. Пространственное положение границ условных зон неупругих деформаций позволяет определить глубину их распространения и использовать полученные данные для обоснования длины и схемы размещения крепи.

Анализ распределения FoS является ключевым элементом геомеханического обоснования параметров поддержания горных выработок. Он позволяет рационально выбирать тип и параметры крепления, прогнозировать эффективность стабилизирующих мероприятий и оценивать необходимость применения дополнительных компенсирующих решений в зоне сопряжения выработок.

Применение предложенного геомеханически обоснованного подхода к анализу напряжённо-деформированного состояния приконтурного массива и выбору параметров крепления обеспечивает не только повышение устойчивости горных выработок, но и формирует совокупный экономический эффект за счёт снижения эксплуатационных и восстановительных затрат.

Основными источниками экономического эффекта являются:

- снижение объёмов повторного крепления и ремонтов выработок, обусловленное уменьшением интенсивности неупругих деформаций в кровле и почве;
- сокращение простоев очистного и транспортного оборудования, связанных с деформациями контура и пучением почвы;
- уменьшение потерь сечения выработок, что позволяет сохранить проектные габариты и избежать внеплановых расширений или подрезок почвы;

– оптимизация параметров крепи, включая рациональный выбор длины и плотности анкеров, что снижает перерасход крепёжных материалов при сохранении требуемого уровня устойчивости;

– повышение промышленной безопасности, приводящее к снижению вероятности аварийных ситуаций и сопутствующих финансовых потерь.

Дополнительный экономический эффект достигается за счёт возможности прогнозного управления геомеханическими процессами. Использование численного моделирования и анализа коэффициента запаса прочности FoS позволяет заблаговременно выявлять зоны потенциальной неустойчивости и принимать превентивные инженерные решения, что существенно дешевле ликвидации последствий развитых деформаций.

Экономический эффект формируется за счёт одновременного снижения капитальных и эксплуатационных затрат при повышении надёжности и срока службы горных выработок. Полученные результаты могут быть использованы как основа для последующих технико-экономических расчётов при проектировании и эксплуатации подземных горных выработок в аналогичных горно-геологических условиях.

### Практическая часть

Для рассматриваемой расчетной модели горного массива установлено, что зона неупругих деформаций локализуется в приконтурной области забоя горной выработки и распространяется на глубину порядка 0,6–0,7 м вглубь массива. Данная зона характеризуется максимальной концентрацией напряжений и развитием интенсивных пластических деформаций, обусловленных перераспределением горного



давления при проведении выработки. В пределах этой области наблюдается утрата несущей способности пород, сопровождающаяся разрушением их структурной целостности и формированием раздробленного материала, что свидетельствует о переходе массива в предельное состояние.

За пределами зоны развитых неупругих деформаций в интервале глубин 0,7–1,8 (до 1,9) м формируется область упругопластического поведения массива. В данном интервале реализуются процессы интенсивного трещинообразования, при которых породы находятся в переходном состоянии от упругой к пластической работе. Несмотря на сохранение общей устойчивости массива развитие трещин приводит к постепенному снижению его деформационной жесткости и несущей способности, что необходимо учитывать при назначении параметров крепления.

На глубинах, превышающих 1,8–1,9 м, массив характеризуется преимущественно упругим состоянием и в рассматриваемый момент времени слабо подвержен влиянию горных работ. В этой зоне сохраняются высокая прочность пород и их способность воспринимать действующие напряжения без развития значительных деформаций. Вместе с тем следует учитывать возможность эволюции напряжённо-деформированного состояния в долгосрочной перспективе под воздействием факторов времени, таких как релаксация напряжений, ползучесть пород, температурные воздействия, а также последующее развитие горных работ.

Полученная модель распределения деформаций отражает зональный характер нарушения устойчивости массива, что требует дифференцированного подхода к его стабилизации. Зона развитых неупругих деформаций требует применения активных и комбинированных способов крепления, обеспечивающих перераспределение нагрузок и ограничение разрушений, тогда как в области упругопластического поведения целесообразно использование анкеров, ориентированных на шивку трещиноватого массива и повышение его совместной работы. Для обеспечения безопасности и устойчивости горных выработок рекомендуется организация системного геомеханического мониторинга состояния массива с применением инструментальных и геофизических методов, а также адаптация параметров крепи по мере изменения горнотехнических условий.

### Перспективы развития математической модели

В рамках развития предложенной математической модели для повышения ее прогностической надежности и расширения области практического применения в условиях интенсивно деформирующихся углепородных массивов целесообразно выделить несколько взаимосвязанных направлений. Эти направления основаны на интеграции современных представлений о механике горных пород, возможностях цифрового моделирования и потребностях горного производства в части обоснования параметров крепления.

**Учет нелинейного деформирования и кинетики разрушения.** Текущая модель оперирует раздельными зонами упругого и неупругого поведения, граница между которыми определяется эмпирически через площадь  $S_{зр}$ . Для более точного описания перехода массива в предельное состояние представляется необходимым явное введение критерия прочности в систему уравнений. Это позволит вычислять конфигурацию зоны неупругих деформаций не как заданный параметр, а как функцию от действующих напряжений и реологических свойств конкретных пород. Особое значение имеет учет фактора времени и скорости нагружения, так как прочностные и деформационные характеристики углей и вмещающих пород Карагандинского бассейна демонстрируют выраженную реологическую зависимость. Модификация компоненты скорости деформации  $u$  в формулах (2) путем введения параметров ползучести или моделирования вязкопластического течения позволит прогнозировать развитие смещений не только на стадии проведения выработки, но и на этапах ее длительной эксплуатации.

**Структурно-геологическая параметризация коэффициента разрыхления.** Коэффициент  $K_{раз}$  в формуле (3) является ключевым, но в текущей трактовке остается обобщенной величиной. Его физический смысл может быть существенно детализирован путем связи с количественными характеристиками нарушенности массива. К ним относятся: объемная плотность трещин, ориентировка систем трещин относительно контура выработки, шероховатость поверхностей трещин и гранулометрический состав разрушенного материала. Такая параметризация позволит дифференцировать степень разрыхления для кровли, почвы и боков выработки, где преобладают различные механизмы разрушения (откол, сдвиг, пучение). Дальнейшим шагом может стать разработка номограмм или аналитических зависимостей, связывающих  $K_{раз}$  с индексом качества породы RQD, данными геофизического просвечивания или результатами дискретного элементного моделирования (DEM), что обеспечит переход от усредненных оценок к конкретным горно-геологическим условиям участка.

**Создание откалиброванной базы данных и переход к цифровым двойникам технологических схем.** Максимальный практический эффект от модели может быть достигнут путем ее интеграции в систему поддержки принятия инженерных решений. Для этого необходимо на основе проведенных и будущих сеансов конечно-элементного моделирования, а также данных инструментального мониторинга на реальных объектах создать библиотеку калибровочных зависимостей. Эти зависимости должны устанавливать количественную связь между параметрами модели  $S_{зр}$ ,  $K_{раз}$  и комплексом управляемых горнотехнических факторов: глубиной ведения работ, шириной пролета, типом и шагом установки анкеров, временной задержкой между проходкой и креплением. В перспективе такая база данных станет основой для создания цифровых двойников стандартных технологических схем проведения выработок. Это позволит на стадии



проектирования выполнять быстрые сценарные расчеты смещений и коэффициента запаса прочности для различных вариантов крепления, оптимизируя технические решения с точки зрения устойчивости, материалоемкости и экономической эффективности.

Развитие модели по указанным направлениям не только углубит теоретическое понимание процессов формирования зон неупругих деформаций, но и напрямую поспособствует решению прикладных задач. Результатом станет более обоснованный выбор и адаптивное управление параметрами крепи, минимизация объемов ремонтных работ и, как следствие, повышение уровня промышленной безопасности и рентабельности подземной разработки угольных месторождений.

### Выводы

На основании численного моделирования напряженно-деформированного состояния углепородного массива с использованием программного комплекса RS2 на примере проведения горной выработки на глубине 600 м от поверхности установлены количественные параметры и закономерности развития зон неупругих деформаций, а также их влияние на устойчивость подземных выработок и выбор параметров крепи.

Проведенный геомеханический анализ подтвердил, что с увеличением скорости деформирования горных пород наблюдаются рост их условного предела прочности и накопление упругой энергии, что при соблюдении допустимых уровней напряжений снижает вероятность формирования обширных зон разрушения в приконтурной области выработки. Однако установлен критический предел: при превышении расчётных напряжений над прочностными характеристиками пород (для исследуемых условий с напряжением в зоне опорного давления до 20,48 МПа, что на 25 % выше фонового) ускоренное деформирование приводит к интенсификации процессов разрыхления массива и развитию интенсивных неупругих деформаций в зоне глубиной 0,6–0,7 м от контура.

Установлена чёткая зональность деформирования массива вокруг выработки: зона развитых неупругих деформаций (0–0,7 м), область упругопластического поведения с активным трещинообразованием (0,7–1,9 м) и зона преимущественно упругого состояния массива (более 1,9 м). Для снижения дилатансии, обусловленной взаимным перемещением стенок трещин в зоне разрушения, разработана рекомендация по управлению скоростью деформирования посред-

ством своевременной установки крепи непосредственно после обнажения пород, что подтверждено моделированием с шагом выемки 0,75 м.

Влияние горно-геологических условий носит определяющий характер: с увеличением глубины ведения работ (в рассматриваемом случае 600 м) пропорционально возрастает начальное напряжённое состояние ( $\sigma_y \approx 16,4$  МПа) и, соответственно, потенциал развития неупругих деформаций. В то же время по мере удаления от контура вглубь массива (на расстоянии более 1,9 м) влияние горных работ ослабевает, вероятность дилатансии существенно снижается, а массив переходит в упругое состояние, что подтверждается симметрией поля напряжений на удалении +9 м от засечки.

Для дополнительного снижения степени разрыхления пород и повышения устойчивости выработок обоснована необходимость рационального выбора формы её поперечного сечения, что минимизирует концентрацию напряжений и обеспечивает их равномерное перераспределение в приконтурной зоне. Снижение локальных экстремумов напряжений, в свою очередь, приводит к уменьшению размеров зон разрушения.

Установлено, что направленное изменение структурных характеристик массива является эффективным инструментом управления его прочностными свойствами. Разупрочнение приводит к росту зон разрушения, в то время как активное упрочнение приконтурного массива методами инъекционной цементации или химической стабилизации обеспечивает повышение предела прочности и деформационной жёсткости. В условиях когда достигнутая прочность обработанного массива превышает уровень действующих напряжений, развитие деструктивных процессов и дилатансии исключается, что обеспечивает устойчивое состояние выработки и повышает безопасность ведения горных работ.

Внедрение геомеханически обоснованного подхода, основанного на анализе коэффициента запаса прочности FoS и результатах цифрового моделирования, не только обеспечивает повышение устойчивости выработок, но и формирует совокупный экономический эффект. Его источниками являются: снижение объёмов ремонтно-восстановительных работ, сокращение простоев оборудования, уменьшение потерь полезного сечения выработок, оптимизация параметров и расхода крепёжных материалов, а также повышение уровня промышленной безопасности за счёт заблаговременного выявления зон с FoS < 1.

### Список литературы / References

1. Djaksimuratov K.M., O'telbayev A.A., O'razmatov J.I., Mnajatdinov D.M. Properties of coal, processes in coal mining companies, methods of coal mining in the world. *Journal NX*. 2021;7(10):231–236. URL: <https://repo.journalnx.com/index.php/nx/article/view/3681/3548>
2. Batyrkhanova A., Tomilov A., Zhumabekova A., Abekov U., Demin V. Developing technological schemes of driving workings with controlled resistance of contours. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2019;(3):22–28. <https://doi.org/10.29202/nvngu/2019-3/2>
3. Akhmaturov D., Zamaliyev N., Mussin R., Demin V., Tolovkhan B., Ganyukov N., Skrzypkowski K., Korzeniowski W., Stasica J., Rak Z. Geomechanical modeling of the Northern Katpar Deposit (Kazakhstan):



- Assessing the Impact of Rock Mass Disturbance on Stability Safety Factor. *Mining*. 2025;5(4):73. <https://doi.org/10.3390/mining5040073>
4. Budi G., Rao K.N., Mohanty P. Field and numerical modelling on the stability of underground strata in longwall workings. *Energy Geoscience*. 2023;4(1):1–12. <https://doi.org/10.1016/j.engeos.2022.07.003>
  5. Xiong Y., Kong D., Wen Z. et al. Analysis of coal face stability of lower coal seam under repeated mining in close coal seams group. *Scientific Reports*. 2022;12(1):1–14. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-04410-5>
  6. Nehrii S., Nehrii T., Zolotarova O., Volkov S. Investigation of the geomechanical state of soft adjoining rocks under protective constructions. *Rudarsko-Geološko-Naftni Zbornik*. 2021;36(4):61–71. <https://doi.org/10.17794/rgn.2021.4.6>
  7. Lama B., Momayez M. Review of non-destructive methods for rock bolts condition evaluation. *Mining*. 2023;3(1):106–120. <https://doi.org/10.3390/mining3010007>
  8. Цай Б.Н., Судариков А.Е. *Механика подземных сооружений*. Караганда: КарГТУ; 2007. 159 с.  
Tsay B.N., Sudarikov A. E. *Mechanics of underground structures*. Karaganda: KarGTU; 2007. 159 p. (In Russ.)
  9. Taran I. Interrelation of circular transfer ratio of double-split transmissions with regulation characteristic in case of planetary gear out-put. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2012;(3):78–85.
  10. Huang W., Liu S., Gao M. et al. Improvement of reinforcement performance and engineering application of small coal pillars arranged in double roadways. *Sustainability*. 2022;15(1):292. <https://doi.org/10.3390/su15010292>
  11. Демин В.Ф., Демина Т.В., Кайназаров А.С., Кайназарова А.С. Оценка эффективности применения технологических схем проведения выработок для повышения устойчивости их контуров. *Устойчивое развитие горных территорий*. 2018;10(4):606–617. <https://doi.org/10.21177/1998-4502-2018-10-4-606-616>  
Demin V.F., Demina T.V., Kaynazarov A.S., Kaynazarova A.S. Evaluation of the workings technological schemes effectiveness to increase the stability of their contours. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2018;10(4):606–617. (In Russ.) <https://doi.org/10.21177/1998-4502-2018-10-4-606-616>
  12. Shashenko A., Gapieiev S., Solodyankin A. Numerical simulation of the elastic-plastic state of rock mass around horizontal workings. *Archives of Mining Sciences*. 2009;54(2):341–348.
  13. Nemova N.A., Stakhanov D., Hasan B., Zhumabekova A.E. Technological solutions development for mining adjacent rock mass and pit reserves taking into account geomechanical assessment of the deposit. *Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu*. 2020;(2):17–24. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2020-2/017>
  14. Smoliński A., Malashkevych D., Petlovanyi, M. et al. Research into impact of leaving waste rocks in the mined-out space on the geomechanical state of the rock mass surrounding the longwall face. *Energies*. 2022;15(24):9522. <https://doi.org/10.3390/en15249522>
  15. Sotskov V., Saleev I. Investigation of the rock massif stress strain state in conditions of the drainage drift over-working. In: Pivnyak G., Bondarenko V., Kovalevs'ka I., Illiashov M. (Eds.) *Mining of Mineral Deposits*. CRC Press; 2013. Pp. 197–201. <https://doi.org/10.1201/b16354-35>
  16. Yang H., Han C., Zhang N. et al. Research and application of low density roof support technology of rapid excavation for coal roadway. *Geotechnical and Geological Engineering*. 2020;38:389–401. <https://doi.org/10.1007/s10706-019-01029-2>
  17. Bondarenko V., Symanovych G., Koval O. The mechanism of over-coal thin-layered massif deformation of weak rocks in a longwall. In: Bondarenko V., Kovalevs'ka I., Illiashov M., Pivnyak G. (Eds.) *Geomechanical Processes During Underground Mining*. CRC Press; 2012. Pp. 41–44. <https://doi.org/10.1201/b13157-8>

### Информация об авторах

**Владимир Федорович Демин** – доктор технических наук, профессор кафедры разработки месторождений полезных ископаемых, Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова, г. Караганда, Республика Казахстан; ORCID [0000-0002-1718-856X](https://orcid.org/0000-0002-1718-856X), Scopus ID [57212219714](https://scopus.com/authorid/57212219714); e-mail [vladfdemin@mail.ru](mailto:vladfdemin@mail.ru)

**Нияз Гадым оглы Валиев** – доктор технических наук, заместитель председателя ученого совета, заведующий кафедрой горного дела, Уральский государственный горный университет; генеральный директор, Горнопромышленная ассоциация Урала, г. Екатеринбург, Российская Федерация; ORCID [0000-0002-5556-2217](https://orcid.org/0000-0002-5556-2217), Scopus ID [55749527900](https://scopus.com/authorid/55749527900), SPIN-код [3886-5864](https://spinerussia.com/authorid/3886-5864); e-mail [Niyaz.Valiev@m.ursmu.ru](mailto:Niyaz.Valiev@m.ursmu.ru)

**Денис Рамильевич Ахматнуров** – PhD, заведующий лабораторией метановой энергетики, Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова, г. Караганда, Республика Казахстан; ORCID [0000-0001-9485-3669](https://orcid.org/0000-0001-9485-3669), Scopus ID [57194187849](https://scopus.com/authorid/57194187849), SPIN-код [1396-9321](https://spinerussia.com/authorid/1396-9321); e-mail [d.akhmatnurov@gmail.com](mailto:d.akhmatnurov@gmail.com)

**Равиль Альтавович Мусин** – PhD, доцент кафедры разработки месторождений полезных ископаемых, Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова, г. Караганда, Республика Казахстан; ORCID [0000-0002-1206-6889](https://orcid.org/0000-0002-1206-6889), Scopus ID [7005446397](https://scopus.com/authorid/7005446397); e-mail [R.A.Mussin@mail.ru](mailto:R.A.Mussin@mail.ru)



**Наиль Мансурович Замалиев** – PhD, доцент кафедры разработки месторождений полезных ископаемых, Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова, г. Караганда, Республика Казахстан; ORCID [0000-0003-0628-2654](https://orcid.org/0000-0003-0628-2654), Scopus ID [57194194006](https://scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57194194006); e-mail [nailzamaliev@mail.ru](mailto:nailzamaliev@mail.ru)

### Information about the authors

**Vladimir F. Demin** – Dr. Sci. (Eng.), Professor of the Department of Mineral Deposits Development, Abylkas Saginov Karaganda Technical University, Karaganda, Republic of Kazakhstan; ORCID [0000-0002-1718-856X](https://orcid.org/0000-0002-1718-856X), Scopus ID [57212219714](https://scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57212219714); e-mail [vladfdemin@mail.ru](mailto:vladfdemin@mail.ru)

**Niyaz G. Valiev** – Dr. Sci. (Eng.), Deputy Chairman of the Academic Council, Head of the Mining Department, Ural State Mining University; General Director, Mining Industry Association of the Urals, Yekaterinburg, Russian Federation; ORCID [0000-0002-5556-2217](https://orcid.org/0000-0002-5556-2217), Scopus ID [55749527900](https://scopus.com/authid/detail.uri?authorId=55749527900), SPIN [3886-5864](https://orcid.org/3886-5864); e-mail [Niyaz.Valiev@m.ursmu.ru](mailto:Niyaz.Valiev@m.ursmu.ru)

**Denis R. Akhmatnurov** – PhD, Head of the Methane Energy Laboratory, Abylkas Saginov Karaganda Technical University, Karaganda, Republic of Kazakhstan; ORCID [0000-0001-9485-3669](https://orcid.org/0000-0001-9485-3669), Scopus ID [57194187849](https://scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57194187849), SPIN [1396-9321](https://orcid.org/1396-9321); e-mail [d.akhmatnurov@gmail.com](mailto:d.akhmatnurov@gmail.com)

**Ravil A. Mussin** – PhD, Associate Professor of the Department of Mineral Deposits Development, Abylkas Saginov Karaganda Technical University, Karaganda, Republic of Kazakhstan; ORCID [0000-0002-1206-6889](https://orcid.org/0000-0002-1206-6889), Scopus ID [7005446397](https://scopus.com/authid/detail.uri?authorId=7005446397); e-mail [R.A.Mussin@mail.ru](mailto:R.A.Mussin@mail.ru)

**Nail M. Zamaliyev** – PhD, Associate Professor of the Department of Mineral Deposits Development, Abylkas Saginov Karaganda Technical University, Karaganda, Republic of Kazakhstan; ORCID [0000-0003-0628-2654](https://orcid.org/0000-0003-0628-2654), Scopus ID [57194194006](https://scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57194194006); e-mail [nailzamaliev@mail.ru](mailto:nailzamaliev@mail.ru)

Поступила в редакцию 06.07.2025

Поступила после рецензирования 29.01.2026

Принята к публикации 01.02.2026

Received 06.07.2025

Revised 29.01.2026

Accepted 01.02.2026