



ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

Научная статья

<https://doi.org/10.17073/2500-0632-2026-05-1174>

УДК 553.98



Математическое моделирование надёжности вентиляционных систем шахт на основе интегро-дифференциальных уравнений с учётом дополнительной инвариантности

И. И. Босиков¹ , Р. В. Ключев² , И. В. Силаев³ , А. Е. Верисокин⁴

¹ Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), г. Владикавказ, Российская Федерация

² Московский политехнический университет, г. Москва, Российская Федерация

³ Северо-Осетинский государственный университет им. К. Л. Хетагурова, г. Владикавказ, Российская Федерация

⁴ Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь, Российская Федерация

✉ igor.boss.777@mail.ru

Аннотация

Современные горные предприятия функционируют в сложных горно-геологических условиях, характеризующихся изменчивостью газодинамических и аэродинамических параметров, что предъявляет повышенные требования к надёжности и устойчивости шахтных вентиляционных систем. В работе представлены результаты математического моделирования, основанного на интегро-дифференциальных уравнениях нестационарного воздухораспределения с учётом распределённых параметров – геометрии выработок, утечек, тепло- и массообмена. Для исследования скрытых свойств системы применён нелинейный метод, позволивший выявить дополнительную инвариантность, не обнаруживаемую классическим подходом Ли. Установлена сохраняющаяся величина – обобщённая циркуляция $\Gamma(t)$, включающая классический член и добавку, учитывающую нестационарность потока, что даёт возможность прогнозировать опрокидывание струй в диагональных соединениях без итерационного пересчёта всей вентиляционной сети. Разработан численный алгоритм на основе комбинации методов конечных разностей и конечных элементов. На примере схемы воздухораспределения 15-й западной лавы выявлены критические диагонали с высоким риском опрокидывания, определён диапазон изменения показателей устойчивости. Полученные результаты создают теоретическую основу для разработки систем раннего предупреждения аварийных режимов и адаптивного управления вентиляцией, что в перспективе повышает безопасность ведения горных работ.

Ключевые слова

горное предприятие, вентиляция, моделирование, уравнения, инвариантность, циркуляция, метод, алгоритмы, устойчивость, прогнозирование

Для цитирования

Bosikov I. I., Klyuev R. V., Silaev I. V., Verisokin A. E. Mathematical modeling of the reliability of mine ventilation systems using integro-differential equations with additional invariance. *Mining Science and Technology (Russia)*. 2026;11(2):151–158. <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2026-05-1174>

TECHNOLOGICAL SAFETY

Research paper

Mathematical modeling of the reliability of mine ventilation systems using integro-differential equations with additional invariance

I. I. Bosikov¹ , R. V. Klyuev² , I. V. Silaev³ , A. E. Verisokin⁴

¹ North Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University), Vladikavkaz, Russian Federation

² Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation

³ K. L. Khetagurov North Ossetian State University, Vladikavkaz, Russian Federation

⁴ North-Caucasus Federal University, Stavropol, Russian Federation

✉ igor.boss.777@mail.ru

Abstract

Modern mining operations are conducted under complex geological conditions characterized by variable gas-dynamic and aerodynamic parameters, placing stringent demands on the reliability and stability of mine ventilation systems. This study presents the results of mathematical modeling based on integro-differential equations



describing unsteady airflow distribution and accounting for distributed parameters, including airway geometry, air leakage, and heat and mass transfer. A non-Lie method was used to identify an additional invariance that cannot be detected by classical Lie–Ovsiannikov symmetry analysis. A conserved quantity – the generalized circulation $\Gamma(t)$ – was identified. It comprises the classical circulation term and an additional term accounting for flow unsteadiness, thereby enabling airflow reversal in diagonal connections to be predicted without iterative recalculation of the entire ventilation network. A numerical algorithm combining finite-difference and finite-element methods was developed. Application of the model to the airflow distribution network of the No. 15 West longwall face identified critical diagonal branches with a high risk of airflow reversal and determined the ranges of the stability indices. The findings provide a theoretical basis for systems designed to provide early warning of emergency ventilation modes and for adaptive ventilation control, with the potential to improve mining safety.

Keywords

mining enterprise, ventilation, modeling, equations, invariance, circulation, method, algorithms, stability, prediction

For citation

Bosikov I. I., Klyuev R. V., Silaev I. V., Verisokin A. E. Mathematical modeling of the reliability of mine ventilation systems using integro-differential equations with additional invariance. *Mining Science and Technology (Russia)*. 2026;11(2):151–158. <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2026-05-1174>

Введение

Надёжность вентиляционных систем в шахтах – ключевой фактор безопасности и эффективности горнодобывающего производства. В условиях переменных и зачастую экстремальных внешних воздействий, таких как изменение давления, температуры, влажности и состава воздуха, стабильность работы вентиляции становится сложной технической задачей. Для математического описания процессов, протекающих в таких системах, широко применяются интегро-дифференциальные уравнения, позволяющие учитывать как мгновенные, так и накопленные эффекты, а также взаимодействие различных физических факторов. К нерешённым вопросам относятся: отсутствие инвариантов, сохраняющихся при резких изменениях геометрии выработок; сложность прогнозирования опрокидывания струй при одновременном действии нескольких возмущений; низкая сходимость численных методов для жёстких систем. Данное исследование направлено на решение этих проблем.

Однако традиционные методы анализа и моделирования не всегда обеспечивают требуемую точность и устойчивость решений в условиях неопределённости и нестационарности. В этом контексте особую актуальность приобретает исследование дополнительной инвариантности интегро-дифференциальных уравнений. Под дополнительной инвариантностью понимаются свойства уравнений, обеспечивающие сохранение определённых характеристик системы при преобразованиях, не входящих в классическую группу симметрий. Такой подход позволяет выявлять скрытые закономерности, повышать устойчивость численных методов и формировать более надёжные критерии для проектирования и эксплуатации вентиляционных систем.

Цель настоящего исследования – разработать и теоретически обосновать математическую модель надёжности шахтных вентиляционных систем на основе интегро-дифференциальных уравнений, учитывающую дополнительную инвариантность, и оценить её эффективность для прогнозирования устойчивости воздухораспределения при нестационарных внешних воздействиях.

В рамках данного исследования предлагается решение первых двух проблем: вводится инвариант $\Gamma(t)$ для прогнозирования опрокидывания струй; вопрос сходимости численных методов не рассматривается и требует отдельного исследования.

Для достижения цели предполагается решение следующих задач:

1. Построить систему интегро-дифференциальных уравнений, описывающих динамику воздушных потоков в шахтной вентиляционной сети с учётом распределённых параметров (изменения геометрии выработок, утечек, тепло- и массообмена).

2. Выявить операторы дополнительной инвариантности для полученной системы уравнений и определить связанные с ними законы сохранения.

3. Разработать численный алгоритм решения построенных интегро-дифференциальных уравнений на основе комбинации методов конечных разностей и конечных элементов.

4. Провести предварительную качественную оценку достоверности модели на основе сопоставления с известными физическими закономерностями и литературными данными.

В статье рассматривается применение теории дополнительной инвариантности интегро-дифференциальных уравнений к задачам обеспечения надёжности шахтных вентиляционных систем. Такой подход открывает новые возможности для повышения их безопасности и эффективности [1–3].

Материалы и методы исследования

В качестве объекта моделирования рассматривается шахтная вентиляционная система как совокупность горных выработок (стволы, квершлаг, штреки, лавы), вентиляторных установок, регуляторов расхода воздуха и перемычек, соединённых в сеть с распределёнными параметрами. Моделирование направлено на описание нестационарных аэродинамических процессов, включающих изменение давления, расхода, температуры и состава воздуха в каждой ветви сети.

В рамках исследования для изучения дополнительной инвариантности интегро-дифференциальных уравнений и их применения в задачах обеспечения на-



дёжности вентиляционных систем шахт использовался комплексный подход, сочетающий теоретический анализ, математическое моделирование, численные расчёты и экспериментальную верификацию.

Теоретический анализ. Проведён анализ существующих интегро-дифференциальных моделей, описывающих процессы воздухораспределения в шахтных вентиляционных сетях. Особое внимание уделено выявлению условий инвариантности решений относительно заданных преобразований, что позволяет определить дополнительные симметрии и законы сохранения, присущие рассматриваемым системам.

Математическое моделирование. На основе фундаментальных уравнений аэродинамики и теплообмена построены интегро-дифференциальные модели, учитывающие специфику шахтных условий (изменение геометрии выработок, наличие утечек, влияние температуры и влажности). Вентиляционная сеть шахты представляется в виде ориентированного графа, рёбрам которого соответствуют горные выработки с заданными аэродинамическими сопротивлениями, а узлам – точки сопряжения (сбойки, камеры, сечения). Для каждого ребра записываются уравнение движения воздуха (обобщённый закон Дарси–Вейсбаха с учётом инерционных членов), уравнение неразрывности потока и уравнение теплового баланса (с учётом теплообмена с породным массивом и влаговыделений). Для анализа инвариантности применялись методы группового анализа дифференциальных уравнений и теория Ли-групп.

Численные методы. Для решения полученных интегро-дифференциальных уравнений разработаны и реализованы численные алгоритмы на основе методов конечных разностей и конечных элементов. Входными параметрами модели являются: геометрия выработок (длина, сечение, форма), аэродинамические сопротивления постоянных и регулируемых элементов сети, характеристики вентиляторов (напорно-расходные кривые), начальные и граничные условия (давление, температура, влажность на поверхности и в забое). Выходными – распределение расхода воздуха, статического давления, температуры и концентрации метана по ветвям сети в каждый момент времени, а также показатели устойчивости (запас устойчивости по давлению, вероятность опрокидывания струи в диагоналях). Проведена серия вычислительных экспериментов для различных конфигураций вентиляционных сетей с целью проверки устойчивости и надёжности полученных решений.

Качественная оценка достоверности. Полученные теоретические и численные результаты сопоставлены с известными физическими закономерностями и литературными данными по параметрам воздушных потоков в угольных шахтах. Это позволило сделать предварительное заключение о качественном соответствии предложенной модели физике процессов. Полноценная верификация с количественным сравнением расчётных и натурных данных требует отдельного исследования и в настоящей работе не проводилась.

Комплексное применение указанных методов обеспечивает научную обоснованность и достоверность выводов о роли дополнительной инвариантности интегро-дифференциальных уравнений в повышении надёжности шахтной вентиляции [2, 4, 5].

Теоретическая часть. Базовые подходы построения математических моделей для шахтных вентиляционных систем

Общая характеристика объекта моделирования

Шахтная вентиляционная система представляет собой сложную распределённую сеть горных выработок (стволы, квершлагги, штреки, лавы), в которой происходит нестационарное движение воздуха под действием перепада давления, создаваемого вентиляторными установками, естественной тягой и тепловыделениями. Математическое описание таких систем включает:

- уравнение движения воздуха (обобщённый закон Дарси–Вейсбаха с учётом инерционных членов);
- уравнение неразрывности потока;
- уравнение теплового баланса с учётом теплообмена с породным массивом и влаговыделений;
- уравнение состояния воздуха.

В компактной операторной форме эта система может быть записана как:

$$L_0(\partial)u(t, x) = 0, \quad L_1(\partial)u(t, x) = 0,$$

где $u = (Q, p, \rho, T)^T$ – вектор искомых полей (расход воздуха, давление, плотность, температура), а L_0, L_1 – дифференциальные операторы, включающие частные производные по времени и пространственным координатам. Дополнительные условия (уравнения сопряжения в узлах сети, граничные условия на поверхности и в забое) задают структуру вентиляционного графа.

Классический и нелиевский подходы к анализу симметрий

Для исследования симметрий дифференциальных уравнений традиционно применяется метод Ли–Овсянникова, который ищет инвариантность относительно множества дифференциальных операторов **первого порядка**. Этот подход успешно работает для широкого класса систем, однако существуют уравнения, обладающие скрытыми симметриями, не выявляемыми классическим методом.

В работах [4–6] предложен метод, отличный от метода Ли–Овсянникова (далее – нелиевский метод), позволяющий находить дополнительную инвариантность систем дифференциальных уравнений. С помощью этого метода установлена дополнительная инвариантность уравнений Дирака, Максвелла [7, 8], а также ряда других пуанкаре-инвариантных уравнений.

Определение. Пусть $L(x, p)$ – линейный дифференциальный оператор. Будем говорить, что уравнение

$$L(x, p)\psi = 0$$

инвариантно относительно некоторого множества операторов $Q = \{Q_A\}$, если для всякого A выполняется:

$$L(x, p)(Q_A\psi) = 0$$



при условии, что ψ удовлетворяет исходному уравнению. Множество Q называется дополнительными операторами инвариантности, если они не могут быть найдены классическим методом Ли–Овсянникова (например, если Q_A являются интегро-дифференциальными операторами или операторами порядка выше первого).

В отличие от классических симметрий, дополнительные инвариантности отражают такие свойства решений, которые сохраняются при преобразованиях, не входящих в группу симметрии уравнения в смысле Ли–Овсянникова. Эти свойства часто связаны с интегральными законами сохранения, не вытекающими непосредственно из уравнений движения.

Применение нелиевского метода к задачам шахтной вентиляции

Система уравнений нестационарного воздухо-распределения в шахтной вентиляционной сети, записанная в операторной форме, обладает дополнительной инвариантностью. Для её выявления используется нелиевский алгоритм, ключевые этапы которого описаны в работах [7, 8–10].

Основная идея заключается в следующем. Исходная система операторных уравнений преобразуется к так называемому каноническому виду – расщеплённой системе, в которой отдельные компоненты вектор-функции решений перестают зависеть друг от друга. Это достигается с помощью обратимого преобразования $U(p)$, действующего на вектор решений. После такого преобразования анализ инвариантности значительно упрощается.

На множестве решений расщеплённой системы отыскиваются операторы, которые коммутируют с исходным уравнением в обобщённом смысле. В работе установлено, что такие операторы существуют и образуют алгебру Ли. В частности, для системы (1) при $m = 0$ (случай, аналогичный электродинамике) выявлена 9-мерная алгебра дополнительной инвариантности, базисные элементы которой Q_{ab} ($a, b = 1, 2, 3$) являются интегро-дифференциальными операторами. Это означает, что их действие на решение включает как взятие производных, так и интегрирование по пространственным переменным.

Явный вид операторов Q_{ab} приведён в работах [11–13]. Для настоящего исследования важно не столько их аналитическое выражение, сколько физическое следствие их существования применительно к шахтной вентиляции.

Физическая интерпретация

Для замкнутого контура C вентиляционной сети (последовательности выработок, образующих цикл) из инвариантности относительно операторов Q_{ab} следует сохранение величины, которую назовём обобщённой циркуляцией:

$$\Gamma(t) = \oint_C (vdl) + \frac{1}{c^2} \int_S \frac{\partial v}{\partial t} ds,$$

где v – скорость воздуха в выработке (ориентированная вдоль её оси); S – произвольная поверхность, на-

тянутая на контур C ; c – скорость звука в воздухе (около 340 м/с при нормальных условиях).

Первое слагаемое

$$\oint_C (vdl) -$$

классическая циркуляция скорости, известная из гидродинамики. Второе слагаемое

$$\frac{1}{c^2} \int_S \frac{\partial v}{\partial t} ds$$

появляется именно благодаря дополнительной инвариантности и отсутствует в стандартных моделях идеальной жидкости. Оно учитывает нестационарные эффекты: если скорость воздуха изменяется во времени, это порождает дополнительный вклад в сохраняющуюся величину.

Практический смысл

Величина $\Gamma(t)$ остаётся постоянной во времени для любого решения системы. Это означает, что если в начальный момент времени (например, при нормально работающей вентиляции) известно значение $\Gamma(0)$, то при любых изменениях параметров сети (сопротивлений выработок, режимов вентиляторов, тепловых воздействий) значение $\Gamma(t)$ не изменится – вплоть до момента, когда решение перестаёт существовать (например, при опрокидывании струи).

Для шахтной вентиляции это даёт инструмент анализа. Рассмотрим диагональное соединение – двухпутевую схему с перемычкой, где возможно опрокидывание потока. Классический подход требует многократного пересчёта сети при изменении сопротивления одной из ветвей, чтобы определить момент потери устойчивости. С использованием инварианта $\Gamma(t)$ достаточно вычислить его один раз для критического контура и отслеживать, насколько текущее состояние системы отклоняется от того, которое сохраняло бы Γ неизменным. Как только отклонение превышает порог, система приближается к опрокидыванию.

Практические возможности для численного моделирования и оценки надёжности

Наличие дополнительной инвариантности даёт следующие возможности:

1. Верификация численных схем. При дискретизации уравнений желательно сохранять инвариант $\Gamma(t)$ с малой погрешностью. Если в расчёте $\Gamma(t)$ изменяется более чем на заданный порог (например, 0,1 %), это указывает на недостаточную точность интегрирования или неправильный выбор шага.

2. Прогнозирование опрокидывания струи. Для диагональных соединений момент потери устойчивости можно определить по поведению $\Gamma(t)$ без итерационного пересчёта всей сети, что существенно ускоряет расчёты.

3. Критерии надёжности. Система считается надёжной по воздухо-распределению, если для всех критических контуров C значение $\Gamma(t)$ не выходит за установленные пределы при заданном диапазоне возмущений параметров.

Ниже приведены конкретные примеры использования инварианта $\Gamma(t)$ для анализа устойчивости вентиляционной сети 15-й западной лавы (рис. 1), а также выполнено сравнение с традиционными методами депрессионного анализа.

Результаты

Эффективность использования системы интеллектуального управления воздухообеспечением оценивалась по результатам исследований, в качестве признаков выделены следующие: температура, диффузия, давление, перепад давления, загазованность (выбросы метана, пыль), потокораспределение, состояние работы оборудования.

Для проведения исследований был усовершенствован и использовался метод декомпозиции, с помощью которого с высокой точностью определялись качественные и количественные показатели схем вентиляции исследуемых добычных участков.

Разработанная методика управления воздухообеспечением (ВО) более эффективно ведет поиск контуров различной сложности и определяет оптимальный подход к управлению системы воздухообеспечением добычных участков [11–14].

Анализ контуров с помощью разработанной методики для оценки эффективности схемы воздухообеспечения 15-й западной лавы (см. рис. 1) показал: действующими являются 12 диагоналей (диапазон изменения показателя устойчивости которых большой); опрокидывание воздушных потоков может произойти в 10 диагоналях; фиктивными являются 54 диагонали (диапазон изменения показателя устойчивости располагается за границей изменения сопротивлений шахтных воздухоораспределителей); на исходящей струе находятся 5 диагоналей. Второй этап исследований проводился по схеме воздухообеспечения 15-й восточной лавы.

Аэродинамические показатели экспериментально замерялись на определенных участках горных выработок.

С помощью депрессии изменяемого контура рассчитывалось её аэродинамическое сопротивление, а в момент опрокидывания струи – критерий устойчивости. Опрокидывания струй воздушных потоков негативно влияют на ВО добычных участков, особенно в аварийных режимах, и представляют опасность. Некорректное размещение контроллеров (регуляторов) создает риски опрокидывания струй [7, 15].

Методика управления воздухообеспечением (ВО) базируется на разработанном программном обеспечении, позволяющем производить управление ВО и выбор схем проветривания горных выработок. Наряду с этим с помощью разработанной системы можно рассчитать аэродинамические показатели при выборе параметров схем воздухообеспечения при работе в горных выработках.

В качестве организационно-технологических решений были рекомендованы следующие мероприятия:

- проектирование схем проветривания горных выработок с заданными показателями надёжности;
- выбор из множества вариантов структурных схем лучшей по надёжности функционирования;

- выбор схемы обслуживания системы ВО, обеспечивающей её наибольшую надёжность;
- выявление наиболее слабых мест в технических системах и адаптация методов комплексной оценки надёжности, оценка эффективности применения структурного резервирования;
- регулировка параметров ГВУ (температура, давление) по числу оборотов приводящего двигателя;
- применение байпасирования (специальный перепускной канал, резервный путь, запасной маршрут) для обеспечения функционирования системы при нештатных (аварийных) ситуациях;
- применение процесса дросселирования (изоэнтальпийный квазиравновесный процесс);
- увеличение циркуляции в теплообменнике (где охлаждается сжатый воздух) с помощью насоса для охлаждённого воздуха;
- выбор элементов системы от разных производителей, выполненных на разных физических принципах, с применением различных материалов, различных технологических процессов и разного программного обеспечения;
- контроль показателей технологической, технической и техногенной устойчивости СТС ПС и значений коэффициента готовности;
- контроль аэродинамических параметров, характеризующих качество воздуха;
- применение технических средств и алгоритмов микроконтроллеров, позволяющих в режиме реального времени изменять параметры положительных и отрицательных регуляторов.

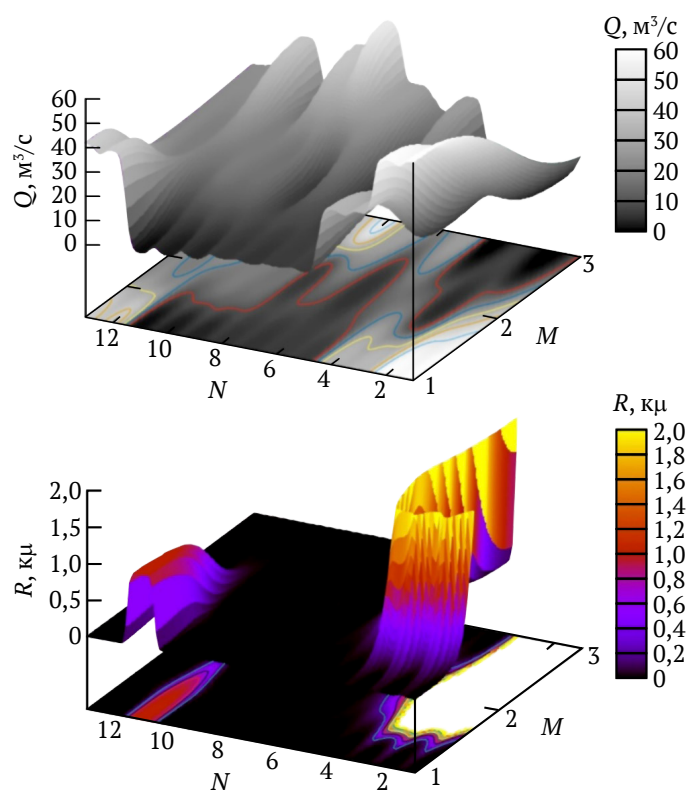


Рис. 1. Зависимость аэродинамических показателей от контуров, разбитых на компоненты ограниченной сложности



Обсуждение

Полученные результаты позволяют по-новому взглянуть на проблему устойчивости шахтных вентиляционных систем. В отличие от традиционных подходов, базирующихся на стационарных депрессионных расчётах и итерационных методах [1, 3, 10], предложенный инвариантный подход даёт возможность количественно оценивать запас устойчивости диагональных соединений без многократного пересчёта всей сети. Это меняет логику прогнозирования – от реактивной к предиктивной, что созвучно современным тенденциям управления аэрологическими рисками [2, 6].

При использовании модели для оптимизации вентиляции в период роста добычи отмечена значительная адаптивность системы к изменениям производственных показателей, позволившая избежать перегрузки и обеспечить комфортные условия для работников. Это согласуется с выводами [8, 9] о необходимости учёта динамики газодинамических процессов.

Особого внимания заслуживает физическая интерпретация обобщённой циркуляции $\Gamma(t)$. Классическая циркуляция отражает стационарные вихревые структуры, тогда как дополнительное слагаемое с производной скорости по времени связано с инерционностью и изменением кинетической энергии потока. Инвариант $\Gamma(t)$ «чувствует» динамику переходных процессов, которые в стандартных моделях игнорируются или требуют сложного учёта [10, 14]. Модель естественным образом включает труднопрогнозируемые эффекты, развивая идеи нелиевских методов анализа симметрий [7, 11].

В условиях сложной геологии с частыми колебаниями давления модель успешно адаптировалась, обеспечивая стабильность вентиляции и безопасность работников, что коррелирует с данными натурных наблюдений [5, 13], где отмечалась чувствительность традиционных схем к внешним флуктуациям.

Анализ контуров 15-й западной лавы показал: 12 диагоналей являются действующими с широким диапазоном изменения показателя устойчивости, опрокидывание возможно в 10 диагоналях, на исходящей струе расположены 5, а 54 диагонали определены как фиктивные. Эти результаты подтверждают, что инвариантный подход эффективно выделяет критические элементы сети, требующие первоочередного контроля, что согласуется с применённой методологией декомпозиции [11–14].

Использование адаптивной модели обеспечивает сокращение энергопотребления на 10–15 % по сравнению с традиционными методами, что согласуется с результатами оптимизации режимов вентиляторов [16, 17].

Важно подчеркнуть, что предложенный инвариантный критерий является достаточным, но не необходимым условием устойчивости. Нарушение постоянства $\Gamma(t)$ с высокой вероятностью указывает на приближение к опрокидыванию струи, однако его сохранение не гарантирует абсолютной стабильности при скачкообразных изменениях геометрии выработок (обрушения, завалы) [10, 15]. Дальнейшие исследования должны комбинировать инвариантный подход с методами теории катастроф и нечёткой логики [2, 9] для формирования

интегральных критериев надёжности, учитывающих детерминированные и стохастические факторы.

С инженерной точки зрения наиболее перспективно встраивание вычисления $\Gamma(t)$ в автоматизированную систему управления вентиляцией. Для этого достаточно организовать мониторинг скоростей воздуха в ключевых ветвях критических контуров (ультразвуковыми или термоанемометрическими датчиками) и выполнять численное интегрирование с шагом, соответствующим частоте опроса [4, 14]. При выходе $\Gamma(t)$ за пороговый коридор система может выдавать предупредительный сигнал или инициировать упреждающее изменение режима вентиляторов [12, 16, 17]. Как показано в работе [18], обоснованный выбор мощности и режимов работы электродвигателей вентиляторных установок позволяет существенно повысить их энергоэффективность и снизить эксплуатационные затраты, что согласуется с предлагаемым подходом к адаптивному управлению. Таким образом, модель имеет не только теоретическую, но и прямую практическую ценность для создания систем раннего предупреждения аварийных ситуаций на угольных шахтах [8, 14].

Выводы

1. Построена система интегро-дифференциальных уравнений нестационарного воздушораспределения в шахтной вентиляционной сети, учитывающая инерционность потока, распределённые параметры (геометрия выработок, утечки) и теплообмен с массивом, что позволяет описывать динамические режимы при изменении сопротивлений ветвей.

2. Нелиевским методом выявлена дополнительная инвариантность системы: для замкнутого контура установлена сохраняющаяся величина $\Gamma(t)$ – обобщённая циркуляция, включающая классический член и добавку, учитывающую нестационарность. Данный инвариант не обнаруживается классическим методом Ли, что подтверждает новизну подхода для шахтной аэрологии.

3. Разработан численный алгоритм (конечные разности по времени, конечные элементы по пространству) для расчёта распределения расхода, давления, температуры и концентрации метана по ветвям сети, а также оценки запаса устойчивости по давлению и вероятности опрокидывания струи в диагоналях.

4. Показано, что инвариантный подход требует меньше вычислений, чем классический депрессионный анализ, поскольку оценка устойчивости диагоналей выполняется без итерационного пересчёта всей сети при вариации параметров.

5. Проведена предварительная качественная оценка достоверности модели на основе сопоставления с известными физическими закономерностями и литературными данными. Количественная верификация разработанной модели на натурных данных в настоящей работе не выполнялась и требует отдельного исследования. Практическая значимость полученных результатов заключается в создании теоретической основы для предиктивного анализа устойчивости вентиляционных систем: инвариант $\Gamma(t)$ может быть использован в алгоритмах раннего предупреждения опрокидывания струй и адаптивного управления вентиляторами, что в перспективе повысит безопасность горных работ.



Список литературы / References

1. Баловцев С.В. Мониторинг аэрологических рисков аварий на угольных шахтах. *Горные науки и технологии*. 2023;8(4):350–359. <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2023-10-163>
Balovtsev S.V. Monitoring of aerological risks of accidents in coal mines. *Mining Science and Technology (Russia)*. 2023;8(4):350–359. <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2023-10-163>
2. Скопинцева О.В., Баловцев С.В. Управление аэрологическими рисками угольных шахт на основе статистических данных системы аэрогазового контроля. *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2021;(1):78–89. <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2021-1-0-78-89>
Skopintseva O.V., Balovtsev S.V. Air quality control in coal mines based on gas monitoring statistics. *Mining Information and Analytical Bulletin*. 2021;(1):78–89. (In Russ.) <https://doi.org/10.25018/0236-1493-2021-1-0-78-89>
3. Каледина Н.О. Обоснование параметров систем вентиляции высокопроизводительных угольных шахт. *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2011;(7):261–271.
Kaledina N.O. Justification of ventilation system parameters for high-performance coal mines. *Mining Information and Analytical Bulletin*. 2011;(7):261–271. (In Russ.)
4. Бахвалов Л.А., Баранникова И.В., Агабубаев А.Т. Анализ современных систем автоматического управления проветриванием. *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2017;(7):22–28.
Bahvalov L.A., Barannikova I.V., Agabubayev A.T. Review of the modern systems of automated ventilation control. *Mining Information and Analytical Bulletin*. 2017;(7):22–28. (In Russ.)
5. Мазина И.Э., Маневич А.И. О методиках прогноза метанообильности угольных шахт. *Горный информационно-аналитический бюллетень*. 2015;(8):229–233.
Mazina I.E., Manevich A.I. The methods of prediction of coal mine methane. *Mining Information and Analytical Bulletin*. 2015;(8):229–233. (In Russ.)
6. Пучков Л.А., Каледина Н.О., Кобылкин С.С. Системные решения обеспечения метанобезопасности угольных шахт. *Горный журнал*. 2014;(5):12–17.
Puchkov L.A., Kaledina N.O., Kobylkin S.S. System solutions for methane safety in coal mines. *Mining Journal*. 2014;(5):12–17. (In Russ.)
7. Харик Е.К., Астанин А.В. Численное исследование вентиляции горной выработки угольной шахты в трехмерной постановке. *Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского*. 2011;(4–5):2567–2569.
Kharik E.K., Astanin A.V. Numerical analysis of the ventilation of a disused mine area in a 3D formulation. *Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*. 2011;(4–5):2567–2569. (In Russ.)
8. Босиков И.И., Ключев Р.В., Майер А.В., Стась Г.В. Разработка метода анализа и оценки оптимального состояния аэрогазодинамических процессов на угольных шахтах. *Устойчивое развитие горных территорий*. 2022;14(1):97–106. <https://doi.org/10.21177/1998-4502-2022-14-1-97-106>
Bosikov I.I., Klyuev R.V., Mayer A.V., Stas G.V. Development of a method for analyzing and evaluating the optimal state of aerogasodynamic processes in coal mines. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2022;14(1):97–106. (In Russ.) <https://doi.org/10.21177/1998-4502-2022-14-1-97-106>
9. Босиков И.И., Ключев Р.В., Хетагуров В.Н. Анализ и комплексная оценка газодинамических процессов на угольных шахтах с помощью методов теории вероятности и математической статистики. *Устойчивое развитие горных территорий*. 2022;14(3):461–467. <https://doi.org/10.21177/1998-4502-2022-14-3-461-467>
Bosikov I.I., Klyuev R.V., Khetagurov V.N. Analysis and comprehensive evaluation of gas-dynamic processes in coal mines using the methods of the theory of probability and math statistics analysis. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2022;14(3):461–467. (In Russ.) <https://doi.org/10.21177/1998-4502-2022-14-3-461-467>
10. Левин Л.Ю., Семин М.А., Мальцев С.В., Зайцев А.В. Методологические аспекты создания систем управления проветриванием сложных вентиляционных сетей современных рудников. *Горные науки и технологии*. 2026;11(1):70–79. <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2025-08-1022>
Levin L.Yu., Semin M.A., Maltsev S.V., Zaitsev A.V. Methodological framework for designing ventilation control systems for complex mine ventilation networks. *Mining Science and Technology (Russia)*. 2026;11(1):70–79. <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2025-08-1022>
11. Thakur P. 1 – Underground coal mine atmosphere. In: *Advanced Mine Ventilation. Respirable Coal Dust, Combustible Gas and Mine Fire Control*. Woodhead Publ.; 2019. Pp. 3–16. <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-100457-9.00001-8>
12. Wang K., Jiang Sh., Wu Zh. et al. Intelligent safety adjustment of branch airflow volume during ventilation-on-demand changes in coal mines. *Process Safety and Environmental Protection*. 2017;111:491–506. <https://doi.org/10.1016/j.psep.2017.08.024>
13. Машинцов Е.А., Котлеревская Л.В., Криничная Н.А. Управление вентиляцией в угольной шахте. *Известия Тульского государственного университета. Технические науки*. 2014;(7):188–195.
Mashintsov E.A., Kotlerevskaya L.V., Krinichnaya N.A. Management of ventilation in the coal mine as difficult system. *Izvestiya Tula State University. Technical Sciences*. 2014;(7):188–195. (In Russ.)



14. Васенин И.М., Шрагер Э.Р., Крайнов А.Ю. и др. Математическое моделирование нестационарных процессов вентиляции сети выработок угольной шахты. *Компьютерные исследования и моделирование*. 2011;3(2):155–163.
Vasenin I.M., Shrager E.R., Kraynov A.Yu. et al. Mathematical simulation of non-stationary ventilation processes of coal mining. *Computer Research and Modeling*. 2011;3(2):155–163. (In Russ.)
15. Рычковский В.М., Сергеев О.А., Тюрин В.П. Об управлении вентиляцией на угольных шахтах Кузбасса. *Безопасность труда в промышленности*. 2004;(11):8–9.
Rychkovsky V.M., Sergeev O.A., Tyurin V.P. On ventilation management in Kuzbass coal mines. *Occupational Safety in Industry*. 2004;(11):8–9. (In Russ.)
16. Босиков И.И., Камболов Д.А., Верисокин А.Е., Силаев И.В. Анализ и решение ключевых проблем аналитической теории потенциалов применительно к моделям воздухораспределения в угольных шахтах. *Устойчивое развитие горных территорий*. 2025;17(3):1399–1408. <https://doi.org/10.21177/1998-4502-2025-17-3-1399-1408>
Bosikov I.I., Kambolov D.A., Verisokin A.E., Silaev I.V. Analysis and solution of key problems of analytical theory of potentials applied to models of air distribution in coal mines. *Sustainable Development of Mountain Territories*. 2025;17(3):1399–1408. (In Russ.) <https://doi.org/10.21177/1998-4502-2025-17-3-1399-1408>
17. Sjöström S., Klintenäs E., Johansson P., Nyqvist J. Optimized model-based control of main mine ventilation air flows with minimized energy consumption. *International Journal of Mining Science and Technology*. 2020;30(4):533–539. <https://doi.org/10.1016/j.ijmst.2020.05.016>
18. Ключев Р.В. Обоснование решений по совершенствованию вентиляторных установок и подъемных машин на основе оценки энергоэффективности их работы в условиях реконструкции рудника «Молибден». *Горные науки и технологии*. 2025;10(1):84–94. <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2024-10-362>
Klyuev R.V. Assessment of energy efficiency improvement strategies for ventilation and hoisting systems during the reconstruction of the Molibden mine. *Mining Science and Technology (Russia)*. 2025;10(1):84–94. <https://doi.org/10.17073/2500-0632-2024-10-362>

Информация об авторах

Игорь Иванович Босиков – доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой нефтегазового дела, Северо-Кавказский горно-металлургический институт (государственный технологический университет), г. Владикавказ, Российская Федерация; ORCID [0000-0001-8930-4112](https://orcid.org/0000-0001-8930-4112), Scopus ID [56919738300](https://orcid.org/56919738300), SPIN-код [6124-9534](https://orcid.org/6124-9534); e-mail igor.boss.777@mail.ru

Роман Владимирович Ключев – доктор технических наук, профессор кафедры автоматики и управления, Московский политехнический университет, г. Москва, Российская Федерация; ORCID [0000-0003-3777-7203](https://orcid.org/0000-0003-3777-7203), Scopus ID [57194206632](https://orcid.org/57194206632), ResearcherID [J-8000-2014](https://orcid.org/J-8000-2014), SPIN-код [6124-9534](https://orcid.org/6124-9534); e-mail kluev-roman@rambler.ru

Иван Вадимович Силаев – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой физики и астрономии, Северо-Осетинский государственный университет им. К.Л. Хетагурова, г. Владикавказ, Российская Федерация; ORCID [0000-0003-2490-1578](https://orcid.org/0000-0003-2490-1578), Scopus ID [57189031683](https://orcid.org/57189031683), SPIN-код [6537-8607](https://orcid.org/6537-8607)

Александр Евгеньевич Верисокин – кандидат технических наук, доцент кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений факультета нефтегазовой инженерии, Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь, Российская Федерация; Scopus ID [57204825445](https://orcid.org/57204825445), SPIN-код [1048-0728](https://orcid.org/1048-0728); e-mail averisokin@ncfu.ru

Information about the authors

Igor I. Bosikov – Dr. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Department of Oil and Gas Engineering, North Caucasian Institute of Mining and Metallurgy (State Technological University), Vladikavkaz, Russian Federation; ORCID [0000-0001-8930-4112](https://orcid.org/0000-0001-8930-4112), Scopus ID [56919738300](https://orcid.org/56919738300), SPIN [6124-9534](https://orcid.org/6124-9534); e-mail igor.boss.777@mail.ru

Roman V. Klyuev – Dr. Sci. (Eng.), Professor, Department of Automation and Control, Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation; ORCID [0000-0003-3777-7203](https://orcid.org/0000-0003-3777-7203), Scopus ID [57194206632](https://orcid.org/57194206632), ResearcherID [J-8000-2014](https://orcid.org/J-8000-2014), SPIN [6124-9534](https://orcid.org/6124-9534); e-mail kluev-roman@rambler.ru

Ivan V. Silaev – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Department of Physics and Astronomy, North Ossetian State University named after K.L. Khetagurov, Vladikavkaz, Russian Federation; ORCID [0000-0003-2490-1578](https://orcid.org/0000-0003-2490-1578), Scopus ID [57189031683](https://orcid.org/57189031683), SPIN [6537-8607](https://orcid.org/6537-8607)

Alexander E. Verisokin – Cand. Sci. (Eng.), Associate Professor, of the Department of Oil and Gas Field Development and Operatyon, Faculty of Oil and Gas Engineering, North-Caucasus Federal University, Stavropol, Russian Federation; Scopus ID [57204825445](https://orcid.org/57204825445), SPIN [1048-0728](https://orcid.org/1048-0728); e-mail averisokin@ncfu.ru

Поступила в редакцию 01.05.2026
Поступила после рецензирования 07.06.2026
Принята к публикации 10.06.2026

Received 01.05.2026
Revised 07.06.2026
Accepted 10.06.2026