

DOI: 10.17073/2500-0632-2018-3-26-34

Латышев О.Г. (Уральский государственный горный университет (УГГУ), Екатеринбург, Россия)

Прищепа Д.В. (Уральский государственный горный университет (УГГУ), Екатеринбург, Россия)

**Анализ фрактальных характеристик геометрии горных выработок  
для оценки качества контурного взрывания**

Рассматриваются способы оценки качества контурного взрывания при проходке горных выработок. Одним из главных критериев является достижение «гладкого» контура выработки. Показано, что линия контура выработки представляет собой фрактальный объект, геометрия которого адекватно оценивается дробной фрактальной размерностью. Определение фрактальной размерности основано на законе Ричардсона, связывающего длину бесконечно изломанной линии с шагом измерения. Приводится алгоритм вычислений фрактальной размерности в компьютерной программе. Анализ реальных контуров подземных выработок, образующихся в процессе буровзрывных работ, позволил установить статистически надежную связь коэффициента шероховатости поверхности выработки с величиной ее фрактальной размерности. Предложен критерий качества контурного взрывания – фрактальный коэффициент формы горной выработки. Его величина представляет собой отношение площади эквивалентного сечения выработки к квадрату ее периметра, определяемого фрактальной размерностью контура. Полученные соотношения позволяют надежно оценивать качество контурного взрывания при проходке горных выработок.

*Ключевые слова:* контурное взрывание, подземные выработки, фрактальная размерность, фрактальный коэффициент формы, коэффициент концентрации напряжений

**Введение**

Одной из главных задач проектирования и строительства подземных выработок является обеспечение их устойчивости. При отсутствии работоспособных теорий оценка устойчивости горных пород в выработках нередко производится на основе полуколичественных (рейтинговых) системах геомеханической классификации породных массивов (Бенявски, Хоек, Браун и др.) [1–3]. Однако такой подход отличается известной долей субъективизма и не дает надежной (численной) базы проектирования крепи выработок. Общеизвестно, что концентрация напряжений в окрестности выработки определяется неровностью ее контура. Поэтому для достижения максимально «гладкого» контура выработки, а также минимизации нарушений законтурного массива применяют контурное взрывание [4–6]. Используемые оценки качества контурного взрывания основываются преимущественно на определении величины коэффициента излишка сечения (КИС), количества видимых следов кон-

турных шпуров на поверхности выработки и пр. (СП 122.13330.2012). Эти показатели не отражают важнейшего признака – степени неровностей (шероховатости) поверхности выработки, определяющей концентрацию напряжений на ее контуре [7, 8]. Таким образом, задачей исследований является обоснование адекватных критериев оценки качества контурного взрывания при проходке подземных выработок.

**Методы исследований**

Опыт показывает, что линия контура выработок представляет собой бесконечно изломанную, нигде не дифференцируемую кривую. В этом качестве контур горной выработки в проходке является фрактальным объектом, обладающим свойством самоподобия [9, 10]. Тогда адекватной мерой неровностей контура могут служить его фрактальные характеристики. Основой их определения служит закон Ричардсона и его приложения [11–14]. Установлено, что результаты измерения линии контура  $L$  зависят от шага измерения  $\delta$  по степенному зако-

ну  $L(\delta) = \alpha \delta^\beta$ , где  $\alpha$  – некоторая константа;  $\beta$  – отрицательный показатель степени. Путем преобразования уравнения Ричардсона получим линейную зависимость в логарифмических координатах:

$$\log L = \beta \log \delta + \log \alpha, \quad (1)$$

где  $\log \alpha = \text{const}$ .

Тогда, пренебрегая константой, можно записать  $\log L = \beta \log \delta$ . В свою очередь:  $\beta = 1 - d_f$ , где  $d_f$  – фрактальная размерность линии. Поскольку в уравнении Ричардсона  $\beta$  – отрицательный показатель степени, то фрактальная размерность линии  $d_f$  будет строго больше ее топологической размерности  $d_f > d = 1$ . Очевидно, что данный вывод будет справедлив и для измерения площади или объема. Таким образом, фрактальная размерность отражает реальную геометрию объектов и характеризует степень их изломанности. Так, длина фрактальной кривой зависит от шага измерений  $\delta$  и определяется выражением:

$$L(\delta) = a\delta^{(1-d_f)} = a/\delta^{(d_f-1)}, \quad (2)$$

где  $a$  – принятая мера длины.

### Результаты исследований

Для оценки адекватности фрактальных характеристик сечения горных выработок в проходке, как критерия качества контурного взрывания, произведены измерения профиля вскрывающих вырабо-

ток североуральских бокситовых рудников (СУБР). Всего исследовано 65 сечений, полученных в результате буровзрывных работ с различными паспортами БВР. Для каждого сечения определялись координаты линии его конформного отображения, т.е. такого проектного сечения, отклонения от которого реального контуры равновероятны (отклонения разного знака компенсируют друг друга). На рис. 1 представлен пример такого контура вскрывающего квершлага шахты «Ново-Кальинская». Определялись: площадь сечения выработки в проходке  $S$ , ее эквивалентный радиус  $R_b = (S/\pi)^{1/2}$ , координаты отклонения от проектного сечения. Выполнен статистический анализ координат контуров выработок.

В работах [12, 13, 15] доказывается, что фрактальную линию можно представить одномерной реализацией фрактального броуновского движения (ФБД) с нулевым математическим ожиданием и дисперсией:

$$D = S^2(t_2 - t_1)^{2H}, \quad (3)$$

где  $S$  – некоторая положительная константа, определяющая масштаб отклонений координат сечения от оси  $t$ ;  $H$  – показатель Гельдера ( $0 < H < 1$ ).

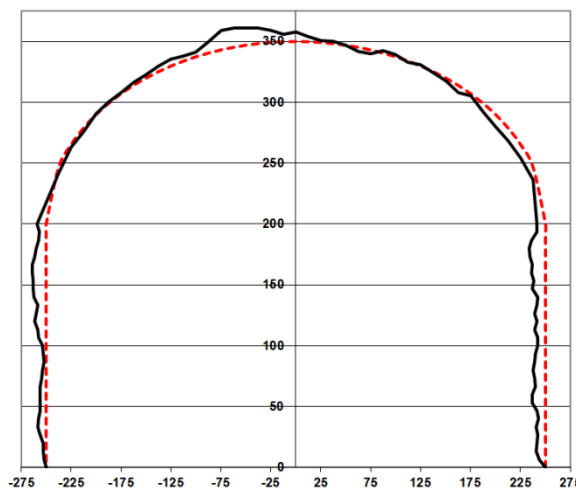


Рис. 1. Сечение вскрывающего квершлага

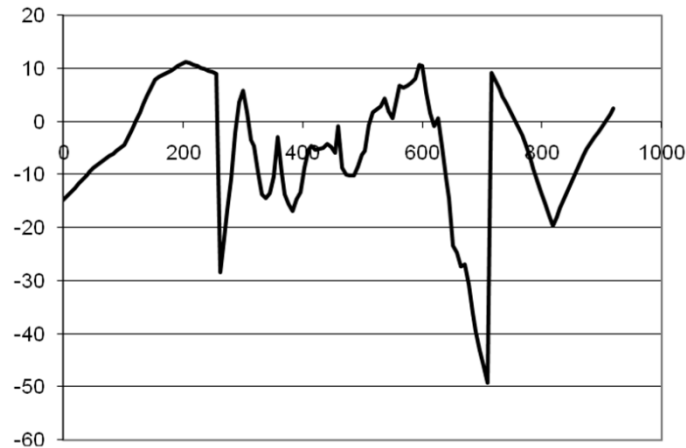


Рис. 2. Линия отклонений контура выработки в проходке от проектного сечения

Для производства вычислений линия контура разворачивается по оси абсцисс  $t$  (рис. 2). Длина контура  $P$  разбивается на  $n$  равных отрезков величиной  $\Delta t = P/n = \delta$ . Ось ординат  $\Delta X$  разделяется на такие же равные отрезки величиной  $\delta$ . Тогда в случае фрактального броуновского движения число квадратов со стороной  $\delta$ , перекрывающих всю линию контура, определится из выражения:

$$N(\Delta t) = \frac{S}{\Delta t^{2-H}}. \quad (4)$$

Квадрат отклонений от проектного контура определится как

$$(\Delta X)^2 = S^2 |\Delta t|^{2H}. \quad (5)$$

Извлекая квадратные корни и логарифмируя данное выражение, получим:

$$\ln S(\Delta X) = C + H \ln(\Delta t). \quad (6)$$

Последнее выражение служит основой для вычисления параметра  $H$  и через него фрактальной размерности  $d_f = 2 - H$ .

На основании данной теории разработана компьютерная программа определения фрактальной размерности контура выработок в следующем виде.

1. На вход программы подается матрица координат отклонений фактического контура от его конформного отображения  $t_i - \Delta_i$ .

2. Начальной точке линии отклонений контура присваивается нулевое значение  $\Delta_i = 0$  и вычисляются приведенные значения отклонений:

$$\Delta_{i(\text{пр})} = \Delta_i - \Delta_1.$$

3. Вычисляется угол наклона линии, соединяющей начало координат с крайней точкой контура:  $\alpha_n = \arctg(\Delta x_k / t_k)$ .

4. Определяется полярный угол каждой точки контура  $\alpha_{3i} = \arctg \Delta_{i(\text{пр})} / t_i$ .

5. Вычисляются величины отклонений:  $\Delta x_i = (t_i^2 + \Delta_{i(\text{пр})}^2)^{1/2} \text{tg}(\alpha_{3i} - \alpha_n)$ .

6. Ось абсцисс разбивается на ряд увеличивающихся интервалов. Каждому значению  $\Delta t_j$  сопоставляется величина отклонений  $\Delta x_j$ .

7. На каждом уровне  $\Delta t_j$  вычисляются квадраты приращений  $(\Delta x_i - \Delta x_{i-1})^2$ , их сумма и стандартное отклонение  $S(\Delta x) = \left[ \sum (\Delta x_i - \Delta x_{i-1})^2 / (n_j - 1) \right]^{1/2}$ , где  $n_j$  – число значений отклонений при данном уровне  $\Delta t_j$ .

8. Производится построение графика  $\ln S(\Delta x) = f(\Delta t)$ . На рис. 3 приведен пример построения такого графика программными средствами для вышеприведенного сечения.

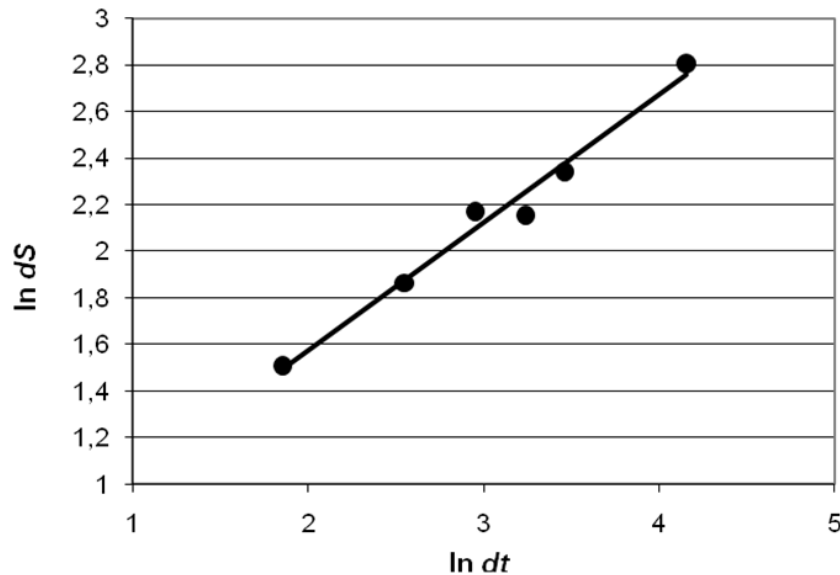


Рис. 3. Зависимость стандартных отклонений от шага измерения

9. Способом «наименьших квадратов» определяется показатель Гельдера  $H$  как угловой коэффициент графика и фрактальная размерность линии контура выработки  $d_f = 2 - H$ .

Достаточно точное соответствие измеренных значений линейной зависимости (коэффициент корреляции  $r = 0,98$ ) подтверждает фрактальные свойства сечения горных выработок. Фрактальная размерность  $d_f$  адекватно характеризует степень изломанности (неровностей) контура выработки. Для представленного выше контура  $d_f = 1,461$ .

Для оценки степени неровностей поверхности трещин применительно к определению сдвиговой прочности горных пород (критерий Бартона-Бандиса) [16, 17] используется показатель – коэффициент шероховатости  $JRC$ . В.И. Речицкий [18, 19] адаптировал данный показатель к построению паспорта прочности трещины. М.Г. Зерцаловым [20, 21] предложено сопоставлять величину коэффициента шероховатости с набором шаблонных траекторий трещин. Ранее нами [22] выполнено прямое исследование неровностей поверхности

применительно к оценке сдвига горных пород по трещине. Установлено, что коэффициент шероховатости трещин  $K_{ш}$  надежно определяется по ее фрактальной размерности:

$$K_{ш} = 0,5d_f^{5,2}. \quad (7)$$

Учитывая, что как поверхность трещин, так и горной выработки являются природными фрактальными объектами, величина коэффициента шероховатости может служить количественной мерой качества контурного взрывания с точки зрения достижения «гладкого» контуры.

Другим важным показателем качества контурного взрывания является минимизация излишка сечения выработки (отсутствие «переборов»). Для этого нами предлагается интегральная характеристика – фрактальный коэффициент формы выработки, связывающий площадь сечения выработки  $S$  с ее периметром  $P_f$ :

$$k_f = \frac{4\pi S}{P_f^2}. \quad (8)$$

Учитывая равную вероятность отклонения реального сечения выработок от ее конформного отображения, пло-

щадь  $S$  остается неизменной, а ее периметр  $P_f$  будет тем больше, чем выше степень неровностей контура. В соответствии с законом Ричардсона  $L(\delta) = \alpha \delta^\beta$  [11–13] величина периметра как фрактального объекта зависит от шага измерения  $\delta$ . Показатель степени определится фрактальной размерностью контура, определяемой по вышеизложенной методике, как  $\beta = 2 - d_f$ . Для сопоставимости результатов оценки шаг измерения следует зафиксировать. Для условий данной работы измерения производились с шагом 1/100 проектного периметра выработки  $P_0$ . Сопоставление результатов с фрактальной размерностью контура выработки дает расчетную формулу:

$$P_f = P_0 (P_0 / 5)^{2-d_f}. \quad (9)$$

Степень изломанности (шероховатости) поверхности выработки определяет коэффициент концентрации напряжений на ее контуре. Установлено, что коэффициент концентрации напряжений определяется соотношением:

$$K = \frac{\sigma_\theta}{\gamma H} = 2 \left[ 1 + q(P) 2\pi m \sqrt{D} \right], \quad (10)$$

где  $D$  – дисперсия величин отклонения контура выработки от проектного сечения  $S_0$ , выраженная в долях  $R_B^2$ .

Величина множителя  $q(P)$  зависит от принимаемого уровня надежности расчетов  $P$ : при  $P = 85\% - q(0,85) = 1,44$ ; при  $P = 95\% - q(0,95) = 1,96$ ; при  $P = 99\% - q(0,99) = 2,66$ . Здесь  $m$  – среднее число пересечений линии реального контура выработки с ее проектным профилем на участках  $r$ , равных по длине эквивалентному радиусу выработки  $R_B$ . Этот показатель призван учитывать степень изломанности контура выработки. Однако, как показывает анализ реальных сечений выработок, его величина мало информативна. Действительно, вполне возможна ситуация, когда при единственном пересечении  $m$  степень неровностей контура может быть сколь угодно большой. И, напротив, достаточно гладкий контур может иметь множество точек пересечения. Как показано выше, более объективной оценкой могут служить фрактальные характеристики выработки.

Сопоставление коэффициентов концентрации напряжений, определенных по формуле (10), для выработок СУБРа с фрактальными характеристиками их контура показало следующее. Увеличение фрактального коэффициента формы выработок закономерно приводит к снижению концентрации напряжений (рис. 4).

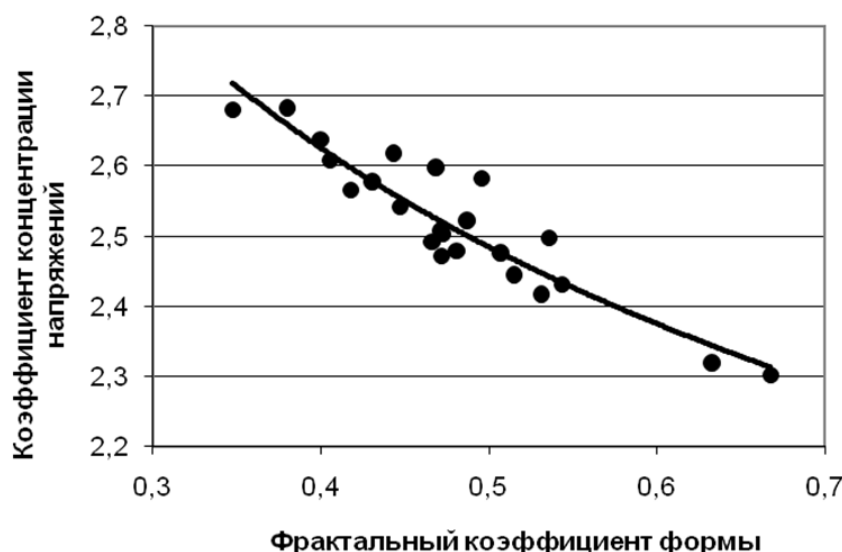


Рис. 4. Зависимость концентрации напряжений от коэффициента формы выработок

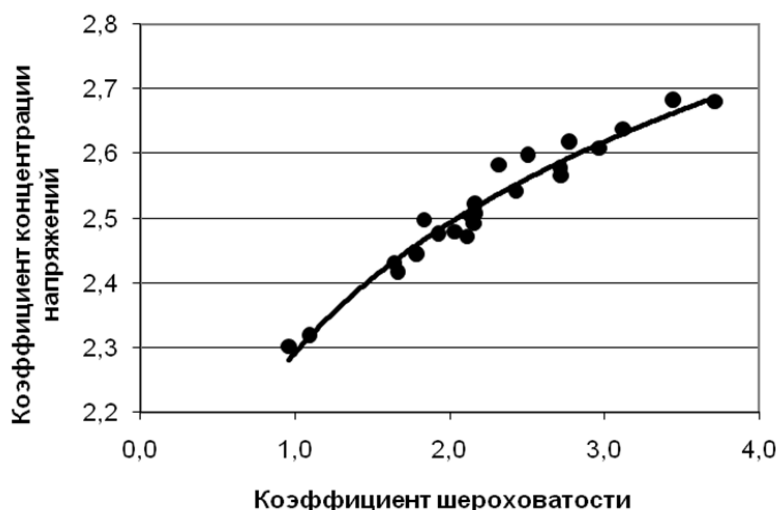


Рис. 5. Зависимость концентрации напряжений от коэффициента шероховатости поверхности выработки

Данная зависимость при уровне надежности  $P = 95\% - q(0,95) = 1,97$  описывается уравнением:

$$K_{\sigma} = 2,1 k_f^{0,25}, \quad (11)$$

с коэффициентом достоверности аппроксимации  $R^2 = 0,86$ .

Более надежная связь наблюдается для коэффициента шероховатости контура выработки (рис. 5):

$$K_{\sigma} = 2,3 K_{\text{ш}}^{0,12}. \quad (12)$$

Достаточная статистическая значимость зависимости ( $R^2 = 0,96$ ) позволяет использовать коэффициент шероховатости в качестве критерия эффективности контурного взрывания.

Таким образом, предлагаемые методы оценки позволяют количественно оценить эффективность контурного взрывания. Для апробации методики выполнен анализ сечений выработок рудника «Сафьяновская медь», сканированных сотрудниками ИГД УрО РАН. На рис. 6 представлено сечение квершлага гор. -270 м в проходке.

По координатам контура квершлага определено его конформное отображение таким образом, чтобы отклонения разного знака взаимно компенсировали

друг друга (математическое ожидание отклонений было нулевым). По разработанной программе вычислена фрактальная размерность контура выработки  $d_f = 1,463$ . По выше приведенным формулам определены характеристики сечения квершлага:

- коэффициент формы  $k_f = 0,39$ ;
- коэффициент концентрации напряжений  $K_{\sigma} = 2,66$ ;
- коэффициент шероховатости  $K_{\text{ш}} = 3,61$ .

Для сравнения аналогичный анализ выполнен для сечения камеры аварийного воздухообеспечения (КАВС), рис. 7.

Визуальное сравнение данного сечения с сечением на рис. 6 показывает, что качество оконтуривания камеры заметно хуже, чем квершлага. Это надежно фиксируют полученные количественные оценки:

- фрактальная размерность контура  $d_f = 1,811$ ;
- коэффициент формы  $k_f = 0,19$ ;
- коэффициент концентрации напряжений  $K_{\sigma} = 3,16$ ;
- коэффициент шероховатости  $K_{\text{ш}} = 10,97$ .

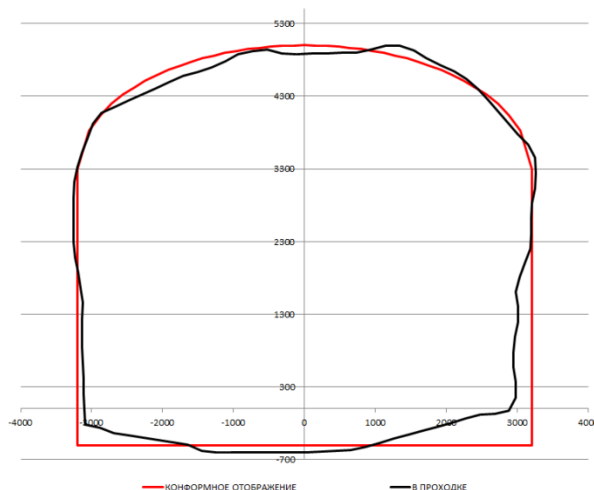


Рис. 6. Сечение квершлага и его конформное отображение

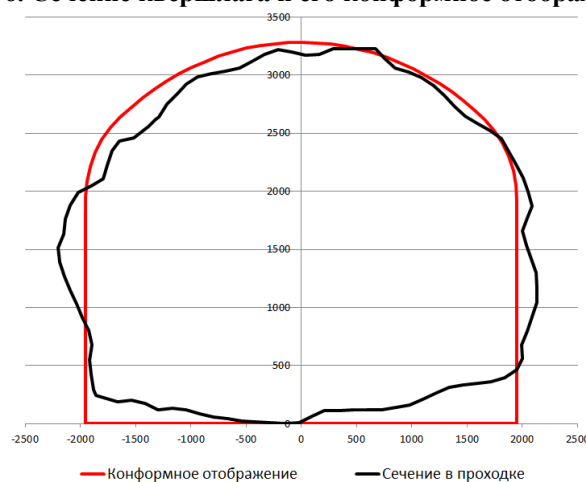


Рис. 7. Сечение КАВС и его конформное отображение

### Выводы

Таким образом, фрактальные характеристики контура горных выработок могут служить надежным критерием качества оконтуривания с точки зрения достижения гладкого контура. Предлагаемая оценка – фрактальный коэффициент формы позволяет осуществлять прогноз концентрации напряжений на контуре горной выработки. Если в его выражении (уравнение (8)) в качестве параметра  $S$  принимать площадь проектного контура выработки (в свету), то данный показатель может служить количественной мерой коэффициента излишка сечения (КИС) выработки в результате производства буровзрывных работ.

### Библиографический список

1. Bieniawski Z.T. Estimating the strength of rock materials / Journal of the South African

Institute of Mining and Metallurgy, 1974. Vol. 74. Pp. 312-320.

2. Laubscher D.H. Geomechanistic classification system for rating of rock mass in mine design // Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, 1990. Vol. 90, No. 10. Pp. 257-273.

3. Hoek E, Brown E. T. Practical estimates of rock mass strength. // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1997. No. 34 (8). Pp. 1165-1186.

4. Барон Л. И., Ключников А. В. Контурное взрывание при проходке выработок. – Л.: Наука, 1967. – 224 с.

5. Бротанек И., Вода Й. Контурное взрывание в горном деле и строительстве. Пер. с чешского. – М.: Недра, 1983. – 144 с.

6. Миндели Э.О. Буровзрывные работы при подземной добыче полезных ископаемых. – М.: Недра, 1966. – 292 с.

7. Баклашов И.В., Картозия Б.А. Механика горных пород. – М.: Недра, 1975. – 271 с.

8. Баклашов И.В., Руппенейт К.В. Прочность незакрепленных горных выработок. – М.: Недра, 1965. – 104 с.



9. Латышев О.Г., Корнилков М.В. Направленное изменение фрактальных характеристик, свойств и состояния пород поверхностно-активными веществами в процессах горного производства. – Екатеринбург: Изд-во УГГУ, 2016. – 407 с.
10. Латышев О.Г., Корнилков М.В. Исследование трещинной структуры горных пород как фрактального объекта. Deutschland: LAPLAMBERT Academic Publishing, 2015. – 156 с.
11. Mandelbrot B. The Fractals Geometry of Nature / Freeman, 1982. No. 4.
12. Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. Пер. с англ. – М.: Техносфера, 2006. – 488 с.
13. Федер Е. Фракталы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 262 с.
14. Крылов С.С., Бобков Н.Ю. Фракталы в геофизике: Учеб. пособие. – СПб: Изд-во СПб университета, 2004. – 138 с.
15. Потапов А. А. Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки. – М.: Университетская книга, 2005. – 848 с.
16. Barton N.R., Bandis S.C. Effect of block size on the shear behavior of jointed rock // 23<sup>rd</sup> U.S. symp. on rock mechanics, Berkeley. 1982. Pp. 739-760.
17. Barton N.R., Bandis S.C. Review of predictive capabilities of JRC-JCS model in engineering practice // Rock joints: Proc. Int. Symp. on Rock Joints / N. Barton, O. Stephansson, eds. – Rotterdam: Balkema, 1990. Pp. 603-610.
18. Речицкий В.И., Эрлихман С.А. Современные методы определения прочности на сдвиг по трещине // Геоэкология. – 1997. – № 5. – С. 102-114.
19. Речицкий В.И. Результаты экспериментальных исследований жесткости трещин в скальных породах // Геоэкология. – 1998. – № 2. – С. 88-99.
20. Зерцалов М.Г. Механика грунтов (введение в механику скальных грунтов). – М.: Ассоциация строительных вузов, 2006. – 364 с.
21. Зерцалов М.Г. Механика скальных грунтов и скальных массивов. – М.: ИД «Юриспруденция», 2003. – 184 с.
22. Латышев О. Г., Франц В. В., Прищепа Д. В. Фрактальная размерность трещины как мера ее шероховатости // Изв. вузов. Горный журнал. – 2015. – № 8. – С. 55-60.

**“Gornye nauki i tehnologii”/ “Mining science and technology”, 2018, No. 3, pp. 26-34**

<b>Title:</b>	<b>Analysis of fractal characteristics of mine working geometry for assessing quality of perimeter blasting</b>
<b>Author 1:</b>	<b>O.G. Latyshev The Ural State Mining University (URSMU) 30, Kuibyshev Str., Yekaterinburg, Russia, 620144</b>
<b>Author 2:</b>	<b>D.V. Prischepa The Ural State Mining University (URSMU) 30, Kuibyshev Str., Yekaterinburg, Russia, 620144</b>
<b>Abstract:</b>	Methods of assessing quality of perimeter blasting when driving mine workings are considered. One of the main criteria is achieving “smooth” working contour. It is shown that a working contour line is a fractal object, geometry of which is adequately estimated by the fractional fractal dimensionality. Determining fractal dimensionality is based on Richardson’s law, connecting the length of an infinitely broken line with a measurement step. An algorithm for calculating the fractal dimensionality in computer software program is presented. Analysis of actual contours of underground workings produced using drilling and blasting operations allowed identifying statistically valid relationship between working surface roughness factor and the value of its fractal dimensionality. A criterion for assessing quality of perimeter blasting is proposed — fractal factor of a working shape. Its value is the ratio of the area of the working equivalent section to its squared perimeter, determined by fractal dimensionality of the contour line. The obtained relationships allow reliable assessing quality of perimeter blasting when driving mine workings.
<b>Keywords:</b>	perimeter blasting technique, underground workings, fractal dimensionality, fractal form factor, stress concentration factor.
<b>References:</b>	1. Bieniawski Z.T. <i>Estimating the strength of rock materials. Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy</i> , 1974, Vol. 74, P. 312-320.





2. Laubscher D.H. *Geomechanistic classification system for rating of rock mass in mine design*. Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, 1990. Vol. 90. No 10. Pp. 257 – 273.
3. Hoek E, Brown E. T. Practical estimates of rock mass strength. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1997. No. 34(8). Pp. 1165-1186.
4. Baron L. I., Kliuchnikov A. V. Konturnoe vzryvanie pri prokhodke vyrabotok [*Smoothwall blasting when excavating mine workings*]. Leningrad, Nauka Publ., 1967. 224 p. In Russ.
5. Brotanek I., Voda I. Konturnoe vzryvanie v gornom dele i stroitel'stve. Per. s cheshskogo [*Smoothwall blasting at mining engineering and construction. Translation from the Czech language*]. Moscow, Nedra Publ., 1983. 144 p. In Russ.
6. Mindeli E.O. Burovzryvnye raboty pri podzemnoi dobyche poleznykh iskopaemykh [*Drilling and blasting operations at the underground mining of minerals*]. Moscow, Nedra Publ., 1966. 292p. In Russ.
7. Baklashov I. V., Kartoziia B. A. Mekhanika gornykh porod [*Mechanics of rocks*]. Moscow, Nedra Publ., 1975. 271p. In Russ.
8. Baklashov I.V., Ruppeneit K. V. Prochnost nezakreplennykh gornih vyrabotok [*Strength of loose mine workings*]. Moscow, Nedra Publ., 1965. 104 p. In Russ.
9. Latishev O.G., Kornilkov M.V. Napravlennoe izmenenie fraktalnih harakteristik, svoistv i sostoyaniya porod poverhnostno-aktivnymi veschestvami v processah gornogo proizvodstva [*Directed change of fractal characteristics, properties and state of rocks by surface-active substances in mining processes*]. Ekaterinburg, URSMU Publ., 2016. 407 p. In Russ.
10. Latishev O. G., Kornilkov M. V. Issledovanie treschinnoi strukturi gornih porod kak fraktalnogo obekta [*Investigation of fractured rock structure as a fractal object*]. Deutschland: LAPLAMBERT Academic Publishing, 2015. 156 p. In Russ.
11. Mandelbrot B. *The Fractals Geometry of Nature*. Freeman, 1982. No. 4.
12. Kronover R. Fraktaly i khaos v dinamicheskikh sistemakh. Per. s angl [*Fractals and chaos in dynamic systems. Translation from the English language*]. Moscow, Tekhnosfera Publ., 2006. 488 p. In Russ.
13. Feder E. Fraktali. Per. s angl. [*Fractals. Translation from English*]. Moscow, Mir Publ., 1991. 262 p.
14. Krilov S.S., Bobkov N. Yu. Fraktali v geofizike. Ucheb. Posobie [*Fractals in geophysics*]. St. Petersburg, SPSU Publ., 2004. 138 p. In Russ.
15. Potapov A.A. Fraktali v radiofizike i radiolokacii. Topologiya viborki [*Fractals in radio physics and radio-location. Topology of sample*]. Moscow, Universitetskaya kniga Publ., 2005. 848 p. In Russ.
16. Barton N. R., Bandis S. C. *Effect of block size on the shear behavior of jointed rock*. 23<sup>rd</sup> U.S. symp. on rock mechanics, Berkeley. 1982. p.p. 739-760.
17. Barton N. -R., Bandis S. -C. Review of predictive capabilities of JRC-JCS model in engineering practice. Rock joints: Proc. Int. Symp. on Rock Joints. N. Barton, O. Stephansson, eds. – Rotterdam: Balkema, 1990. Pp. 603-610.
18. Rechickii V.I., Erlihman S.A. Sovremennye metody opredeleniya prochnosti na sdvig po treschine [*Modern methods to determine shift strength along a fissure*] // Geokologiya, 1997, no. 5, pp. 102-114. In Russ.
19. Rechickii V. I. Rezultati eksperimentalnih issledovaniy jestkosti treschin v skalnih porodah [*Results of experimental investigations of fissure rigidity in hard rocks*]. Geokologiya – Geocology, 1998, no. 2, pp. 88-99. In Russ.
20. Zercalov M. G. Mehanika gruntov. Vvedenie v mehaniku skalnih gruntov [*The mechanics of soils. Introduction to rock mechanics*]. Moscow, Association of construction universities, 2006. 364 p. In Russ.
21. Zercalov M. G. Mehanika skalnih gruntov i skalnih massivov [*The mechanics of rock soils and massifs*]. Moscow, Iurisprudentsiia Publ., 2003. 184 p. In Russ.
22. Latyshev O.G., Frants V.V., Prishchepa D.V. [*Fractal dimension of a fissure as a measure of its roughness*]. Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Gornyi Zhurnal - News of the Higher Institutions. Mining Journal, 2015, no. 8, pp. 55-60. In Russ.