

**СИЗИН П.Е.** (Национальный Исследовательский Технологический Университет «МИСиС», г. Москва)

**КЕРОПЯН А.М.** (Национальный Исследовательский Технологический Университет «МИСиС», г. Москва)

**БАБИЧЕВ Ю.Е.** (Национальный Исследовательский Технологический Университет «МИСиС», г. Москва)

**БАСОВ Р.К.** (Компания «Восторг», Краснодарский край, Бородино)

## МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ РАДИУСА КРИВИЗНЫ РАБОЧЕГО ПРОФИЛЯ РЕЛЬСА ПРИ ЭКСПЛУАТАЦИИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА В УСЛОВИЯХ ОТКРЫТЫХ ГОРНЫХ РАБОТ

Целью публикации является обоснование параметров и режимов работы железнодорожного транспорта горных предприятий с открытым способом добычи полезных ископаемых.

Для анализа тяговых способностей железнодорожного транспорта используется метод, основанный на анализе энергетических процессов, происходящих в пятне контакта системы «колесо – рельс» при передаче вращающего момента. Одним из главных критериев этого энергетического анализа является значение коэффициента сцепления в пятне контакта системы «колесо – рельс», который в свою очередь зависит от многих эксплуатационных условий, в том числе от фактической площади поверхностей взаимодействующих объектов

Разработана практическая методика косвенных измерений радиуса кривизны профиля рабочей поверхности изношенного в результате эксплуатации рельса для создания конформного контакта бандажа колеса локомотива с рельсом. Конформный контакт может обеспечить повышение коэффициента сцепления колеса с рельсом в пятне контакта и привести к снижению контактных напряжений вследствие увеличения фактической площади контакта взаимодействующих поверхностей. Измеренный радиус кривизны используется для восстановления изношенного профиля рельса методом рельсошлифования поверхности рельса.

Установлено, что в связи с наличием случайных факторов, влияющих на ширину дорожки катания бандажа колеса локомотива с рельсом, следует исключить из полученных результатов случайные составляющие погрешностей измерений аргументов функции косвенных измерений. В результате теоретических исследований получена упрощенная формула определения дисперсии функции косвенных измерений. По данным измерений построены доверительные интервалы для оценки математического ожидания и среднеквадратического отклонения радиуса кривизны рельса, что имеет определенное практическое значение.

**Ключевые слова:** радиус кривизны, профиль рабочей поверхности рельса, конформный контакт, полуширина дорожки катания, высота сегмента дуги профиля рельса, погрешность измерения, дисперсия функции косвенных измерений, случайная погрешность, математическое ожидание, коэффициент корреляции.

### Введение

Обоснование параметров и режимов работы железнодорожного транспорта горных предприятий с открытым способом добычи полезных ископаемых является важным направлением повышения экономической результативности предприятия.

Эффективность работы железнодорожного транспорта в условиях открытых горных работ определяется тяговой способностью локомотивов, на которую влияет много факторов и в первую очередь коэффициент сцепления бандажей колесных пар карьерных локомотивов с рельсами, который зависит от условий

эксплуатации. К ним относятся: повышенные загрязненность рабочих поверхностей и уклоны рельсовых путей до 60 ‰, а также малые радиусы закруглений рельсового пути, минимальная величина которых находится в пределах 40–60 м; применение рельсов с повышенным износом; наличие передвижных рельсовых путей и, как правило, наличие неполноценного балластного основания. В статье в качестве цели ставится проведение исследований контактного взаимодействия колес локомотива для определения условий их работы, при которых влияние указанных негативных факторов будет снижено.



Предварительный анализ возможных методов исследований показал, что наиболее эффективным является метод, основанный на анализе энергетических процессов, происходящих в пятне контакта системы «колесо – рельс» при передаче вращающего момента. Одним из главных критериев этого энергетического анализа является коэффициент сцепления в пятне контакта системы «колесо – рельс», который в свою очередь зависит от многих эксплуатационных условий, в том числе – от фактической площади поверхностей взаимодействующих объектов [1–5].

### Описание моделей контактного взаимодействия колеса локомотива и рельса

Решение задачи о контактном взаимодействии и возникающих при этом контактных напряжениях и деформациях впервые было дано Г. Герцем в 1882 г. с применением методов теории упругости [6].

Значительная часть исследователей демонстрировали свои результаты в областях исследования процессов трения между колесом и рельсом [7–9], влияния их на тепловые и другие режимы [10,11], взаимодействия между компонентами конструкций [12, 13], построения математических моделей, описывающих взаимодействие колеса локомотива и рельса [14–20], включая экспериментальные исследования.

Для перекрещивающихся под прямым углом цилиндров (сопряжение системы «колесо – рельс») параметры длин полуосей эллиптического пятна контакта  $a$  и  $b$  определяются по формулам, приведенным в [21]:

$$\left. \begin{aligned} a &= 1,397n_a \sqrt[3]{\frac{N_k}{E} \cdot \frac{rR}{r+R}} \\ b &= 1,397n_b \sqrt[3]{\frac{N_k}{E} \cdot \frac{rR}{r+R}} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где  $r$  и  $R$  – радиусы кривизны взаимодействующих профилей бандажа колеса локомотива и рельса соответственно;  $N_k$  и  $E$  – контактные напряжения и деформации соответственно;  $n_a$  и  $n_b$  – коэффициенты,

определяемые в зависимости от отношения  $r/R$  [21].

При силовом взаимодействии различных тел вращения (шарики и ролики подшипников качения, колеса железнодорожного подвижного состава, катковые опоры мостовых конструкций, цапфы и втулки подшипников скольжения и т.п.) в зоне контакта возникают контактные напряжения, величина которых при приложении нагрузки обратно пропорциональна площади контактируемых поверхностей. В свою очередь, площадь контактируемой поверхности (пятна контакта) колеса и рельса зависит от радиусов кривизны контактируемых поверхностей, определяемых по формуле (1). Обоснованные фундаментальные данные о контактном взаимодействии реальных шероховатых поверхностей (в отличие от Герца и его ближайших преемников – учеников, считающих контактирующие тела абсолютно гладкими) получены в работах [1, 22–28]. Полученные в результате вышеупомянутых исследований характеристики нашли подтверждение в работах других авторов [29–34].

Известно, что на карьерном железнодорожном транспорте в качестве тяговых единиц применяются локомотивы с электрической и тепловой тягой, тяговые агрегаты, работающие как на электрической, так и на тепловой тяге, а также мотор-вагонные думпкары.

В процессе работы профили колес тяговых единиц подвижного состава и рельсового пути в силу множества процессов, протекающих в зоне пятна контакта при передаче вращающего момента от колесной пары локомотива к рельсу, подвергаются значительным нагрузкам и подвержены износу. Для обеспечения рациональных значений контактных напряжений в пятне контакта пары «колесо – рельс» должно особое внимание уделяться выбору профиля их поверхностей катания.

Решение задачи уменьшения износа неразрывно связано с понижением контактных напряжений в зоне взаимодействия системы «колесо – рельс». В свою очередь, величина контактных на-

пряжений, кроме нагрузки на ось, зависит от геометрических параметров взаимодействующих тел (формула (1)), а именно – от радиусов контактирующих поверхностей колеса  $r$  и рельса  $R$ .

В международной практике железнодорожного движения для обеспечения минимальных контактных напряжений при движении на прямых и вписанных в кривые участки железнодорожного пути используют специальные профили колеса и рельса, которые называют *конформными*. Согласно принятой международной терминологии – понятие конформности обозначает общее состояние контактирующих поверхностей профилей колеса и рельса, которые в зоне контакта имеют подобные очертания [20].

Целью настоящей работы является определение радиуса шлифовки поверхности изношенного в результате эксплуатации рельса для обеспечения конформного контакта колеса локомотива с рельсом. Задача может быть решена путем измерения геометрических параметров пятна касания колеса и рельса. В качестве модели принимается профиль рабочей поверхности рельса в виде сегмента окружности (рис. 1).

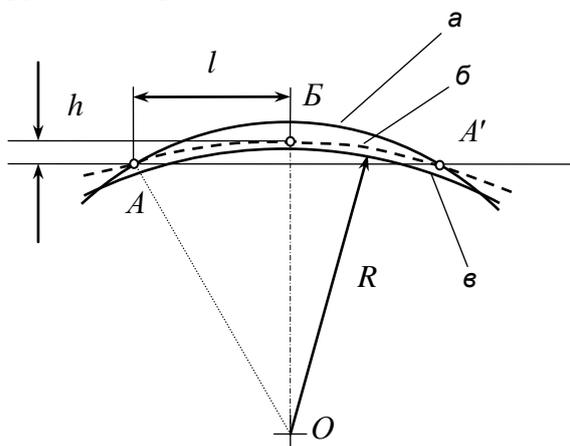


Рис. 1. Профиль рабочей поверхности рельса:  $a$  – стандартный;  $b$  – изношенный (уплощенный);  $в$  – восстановленный рельсошлифованием;  $l$  – полуширина дорожки катания бандажа колеса по рельсу;  $h$  – высота сегмента дуги окружности профиля рельса

Измеряемые линейные размеры: высота сегмента дуги профиля рельса  $h$  и величина полуширины дорожки катания  $l$ . Расчетная формула радиуса шлифовки:

$$R = \frac{h^2 + l^2}{2h} \text{ или } R = \frac{h}{2} + \frac{l^2}{2h}. \quad (2)$$

Непосредственно радиус кривизны профиля рельса  $R$  измерить нельзя, поэтому он определяется в результате косвенных измерений по прямым совокупным измерениям величин  $h$  и  $l$ . На рис. 2 приведена схема измерений.

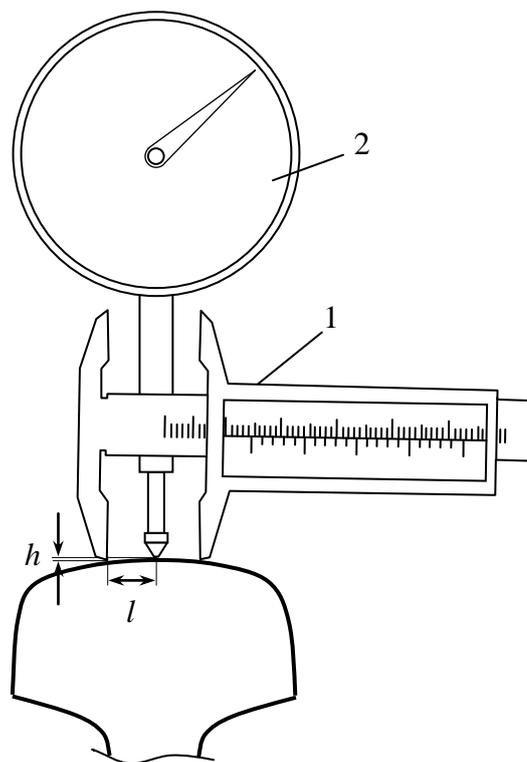


Рис. 2. Схема измерений: 1 – штангенциркуль; 2 – индикатор, закрепленный на неподвижной части штангенциркуля

Для измерений вначале определяются точки  $A$  и  $A'$  границ пятна контакта «колесо–рельс» (рис. 3,  $a$ ), а затем измеряются высота и полуширина сегмента круга внутри этих границ. Очевидно, что из-за неравномерности износа рельса эти точки слегка «размыты» – могут смещаться относительно оси симметрии рельса случайным образом. Особенно эти смещения заметны вблизи стыков рельсов, как это видно из фото дорожки катания бандажа колес по рельсу – рис. 3,  $b$ .

Из рис. 3,  $a$  видно, что дорожка катания на выездной траншее располагается по центральной оси головки рельса. Из-за размытости точек возникают случайные погрешности измерений  $h$  и  $l$ , ко-

торы в свою очередь обуславливают случайную погрешность радиуса  $R$ . Легко видеть, что точность измерения  $l$  оказы-

вается меньше, чем точность измерения  $h$ .

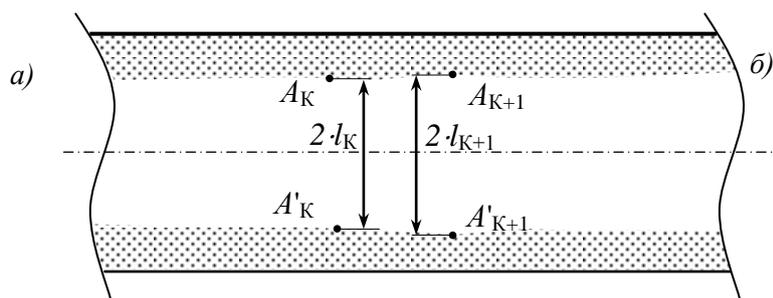


Рис. 3. Вид сверху на дорожку катания участка рельса – а; фото дорожки катания бандажа колес по рельсу – б

### Практические решения и рекомендации

Рассмотрим задачу определения радиуса профиля рельса выездной траншеи «Разреза Бородинский» Красноярского отделения СУЭК. Длина траншеи составляет 7160 м, которая для производ-

ства измерений была разбита на 12 шестисотметровых участков. Схема разметки выездной траншеи показана на рис. 4.

Измерения проводились в начале каждого участка через один метр (на рис. 4 обозначены номера участков измерений: 1, 2, 3, ..., 11). Результаты измерений приведены в табл. 1.

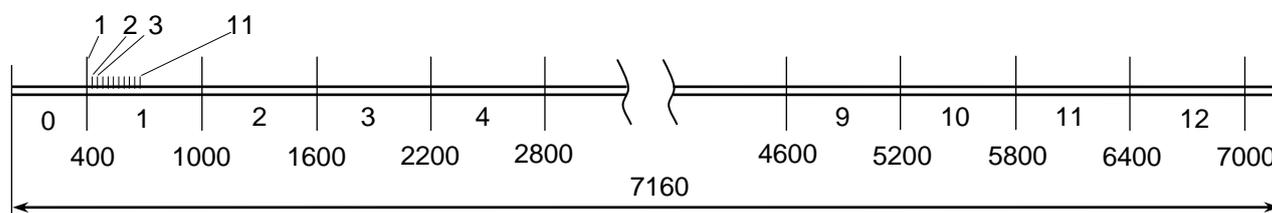


Рис. 4. Схема разметки выездной траншеи

Оценим методическую погрешность определения  $R$ , считая, что размытость отсутствует, а затем проанализируем результаты реальных измерений. Поскольку истинные значения  $h$ ,  $l$  и  $R$  неизвестны, то примем математические ожидания этих величин  $h_0$ ,  $l_0$  и  $R_0$  в качестве их оценки, а  $\Delta h$ ,  $\Delta l$  и  $\Delta R$  – в качестве погрешностей. Из соотношения (2) с учетом очевидных условий  $l_0^2 \gg \Delta l^2$ ,  $h_0^2 \gg \Delta h^2$  и  $R_0 \gg h_0$  получим:

$$R_0 \pm \Delta R = R_0 \mp \frac{l_0}{h_0} \Delta l \pm \frac{l_0^2}{2h_0^2} \Delta h.$$

Отсюда получается погрешность  $\Delta R$  измерения радиуса кривизны с избытком  $\Delta R_+$  и с недостатком  $\Delta R_-$ , мм:

$$\Delta R = \begin{cases} \Delta R_+ = -\frac{l_0}{h_0} \Delta l + \frac{l_0^2}{2h_0^2} \Delta h \\ \Delta R_- = +\frac{l_0}{h_0} \Delta l - \frac{l_0^2}{2h_0^2} \Delta h \end{cases}.$$

Например, при следующих значениях математических ожиданий  $h_0 = 0,47$  мм,  $l_0 = 25,5$  мм,  $R_0 = 692$  мм и погрешностях измерений  $\Delta h = 0,01$  мм и  $\Delta l = 0,1$  мм получим  $\Delta R_+ = 9,1$  мм и  $\Delta R_- = -9,5$  мм, или в процентах  $\Delta R\% = +1,3/-1,4$ . При тех же значениях  $h_0$ ,  $l_0$  и  $R_0$ , но при погрешностях  $\Delta h = 0,02$  мм и  $\Delta l = 0,1$  мм получим  $\Delta R\% = +3,4 / -3,5$ . В случае



одинаковых погрешностей  $\Delta h = \Delta l = 0,05$  мм получается  $\Delta R\% = +10,2 / -10,3$ .

Простой анализ показывает, что в рамках принятой модели и без учета случайной составляющей погрешности измерений методическая ошибка измерения радиуса кривизны поверхности рельса не

превысит 5 % при  $\Delta h \leq 0,025$  мм и  $\Delta l \leq 0,1$  мм.

Выполним анализ реальных измерений. Задача состоит в том, чтобы по полученным экспериментально данным найти наилучшую оценку истинного значения радиуса  $R$ .

Таблица 1

Результаты измерений параметров рабочих поверхностей дорожки катания рельсов

№ участка	Расстояние от начала траншеи, м	Измеренная величина	Номер измеряемого участка рельса										
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	400	$h$	0,42	0,43	0,41	0,38	0,37	0,45	0,48	0,47	0,45	0,44	0,42
		$l$	26,0	25,8	25,5	25,0	24,6	22,4	20,0	22,0	24,8	25,0	25,9
2	1000	$h$	0,41	0,39	0,52	0,43	0,44	0,39	0,38	0,41	0,52	0,45	0,41
		$l$	26,0	25,0	24,0	24,5	24,8	25,5	25,9	25,9	27,0	26,8	25,8
3	1600	$h$	0,52	0,37	0,39	0,41	0,55	0,43	0,41	0,39	0,42	0,41	0,43
		$l$	27,0	25,5	25,9	26,0	27,0	25,1	26,0	25,5	25,5	26,0	25,8
4	2200	$h$	0,42	0,43	0,41	0,39	0,42	0,43	0,39	0,42	0,55	0,58	0,43
		$l$	25,2	25,0	24,2	25,0	25,9	25,8	25,3	25,5	26,5	26,5	26,0
5	2800	$h$	0,55	0,41	0,43	0,41	0,39	0,37	0,38	0,42	0,43	0,42	0,41
		$l$	27,0	26,0	25,9	26,0	25,5	25,9	25,5	25,8	26,0	25,2	26,0
6	3400	$h$	0,41	0,43	0,42	0,41	0,39	0,43	0,38	0,37	0,55	0,42	0,40
		$l$	25,5	25,8	26,0	25,8	26,0	25,5	25,2	25,8	26,5	26,0	26,0
7	4000	$h$	0,42	0,39	0,41	0,43	0,38	0,45	0,48	0,42	0,40	0,37	0,41
		$l$	26,0	25,8	25,5	25,0	25,4	22,4	20,0	24,1	25,0	25,8	25,9
8	4600	$h$	0,43	0,41	0,52	0,42	0,40	0,38	0,37	0,39	0,52	0,43	0,42
		$l$	26,0	25,5	23,5	24,5	25	25,5	26,0	25,8	27,0	25,9	26,0
9	5200	$h$	0,52	0,43	0,41	0,39	0,55	0,51	0,45	0,42	0,42	0,40	0,38
		$l$	27,0	25,7	25,8	25,9	27,0	27,0	26,0	25,4	25,5	26,0	25,3
10	5800	$h$	0,43	0,40	0,37	0,38	0,40	0,43	0,42	0,41	0,42	0,43	0,39
		$l$	25,2	25	24,8	24,6	24,3	24,0	24,5	25,0	24,8	24,5	24,7
11	6400	$h$	0,55	0,41	0,42	0,43	0,40	0,38	0,39	0,37	0,38	0,39	0,41
		$l$	27,0	25,3	25,9	26,0	25,8	25,9	25,5	26,0	25,7	25,9	26,0
12	7000	$h$	0,41	0,38	0,42	0,43	0,41	0,40	0,39	0,41	0,55	0,43	0,42
		$l$	25,5	26,0	25,9	25,8	26,0	25,5	24,0	25,0	26,5	25,5	25,9

Очевидно следующее приближение (см. рис. 1):

$$R = \frac{h}{2} + \frac{l^2}{2h} \approx \frac{l^2}{2h} = \frac{1}{2} \left( \frac{l}{h} \right)^2 l^2. \quad (3)$$

Радиус кривизны определяется в результате косвенных измерений, когда приходится учитывать случайные по-

грешности [21]. В этой связи для оценки результатов измерений определим дисперсию  $D(R)$ . Косвенные измерения производятся по нелинейной функциональной зависимости (3), поэтому дисперсия для произведения двух функций оказывается равной [35]:



$$D(R) = \left[ \frac{1}{4} D\left(\frac{1}{h}\right) + \frac{1}{4} M^2 \frac{1}{h} \right] \times \\ \times \left[ D(l^2) + M^2(l^2) \right] - \frac{1}{4} M^2 \left(\frac{1}{h}\right) M^2. \quad (4)$$

Здесь математические ожидания первого и второго сомножителей в формулу (3) равны соответственно  $M\left(\frac{1}{h}\right) = \frac{1}{h_0}$  и  $M(l^2) = l_0^2$ . С учетом этого (и коэффициента  $\frac{1}{2}$ ) получим:

$$D(R) = \left[ \frac{1}{4} D\left(\frac{1}{h}\right) + \frac{1}{4} \frac{1}{h_0^2} \right] \times \\ \times \left[ D(l^2) + l_0^4 \right] - \frac{1}{4 h_0^2} l_0^4 = \\ = \frac{1}{4} D\left(\frac{1}{h}\right) D(l^2) + \frac{1}{4} D\left(\frac{1}{h}\right) l_0^4 + \frac{1}{4} D(l^2) \frac{1}{h_0^2}. \quad (5)$$

Здесь в последнем выражении можно пренебречь первым слагаемым, который не менее чем на порядок меньше остальных:

$$D(R) = \frac{1}{4} D\left(\frac{1}{h}\right) l_0^4 + \frac{1}{4} D(l^2) \frac{1}{h_0^2}. \quad (6)$$

Возникают некоторые проблемы с определением первого слагаемого, поскольку измеряется  $h$ , а не обратная ей величина. Можно показать, что при выполнении неравенства  $\sqrt{D(X)} \ll M(X)$  дисперсия оказывается равна

$$D(f(X)) = \left( f'(X) \Big|_{X=M(X)} \right)^2 D(X). \quad (7)$$

Предполагая выполнение неравенств  $\sqrt{D(h)} \ll h_0$  и  $\sqrt{D(l^2)} \ll l_0^2$  с учетом (7) получим из формулы (3):

$$D(R) = \frac{l_0^4}{4h_0^4} \cdot D(h) + D(l^2) \cdot \frac{l_0^2}{h_0^2}. \quad (8)$$

Легко видеть, что определение дисперсии по формуле (8) оказывается несколько проще вычислений по формуле (6).

Следует учитывать, что измерения  $h$  и  $l$  выполняются одновременно, поэтому возможна корреляция между погрешностями их измерений и в формулу (4) не-

обходимо добавить еще одно слагаемое [36]:

$$D(R) = \left[ \frac{1}{4} D\left(\frac{1}{h}\right) + \frac{1}{4} M^2 \left(\frac{1}{h}\right) \right] \times \\ \times \left[ D(l^2) + M^2(l^2) \right] - \frac{1}{4} M^2 \left(\frac{1}{h}\right) M^2(l^2) + \\ + \frac{1}{4} \rho_{\frac{1}{h} l^2} M \left(\frac{1}{h}\right) M(l^2) \sqrt{D\left(\frac{1}{h}\right) D(l^2)}.$$

Или с учетом (7):

$$D(R) = \frac{l_0^4}{4} D\left(\frac{1}{h}\right) + D(l^2) \frac{1}{h_0^2} + \\ + 2 \frac{l_0^2}{h_0^2} \rho_{\frac{1}{h} l^2} \sqrt{D\left(\frac{1}{h}\right) D(l^2)}, \quad (9)$$

где  $\rho_{\frac{1}{h} l^2}$  – коэффициент корреляции между случайными погрешностями  $1/h$  и  $l^2$ .

Поскольку при вычислении  $R$  перемножаются  $l^2$  и  $1/h$ , то коэффициент корреляции между ними близок к коэффициенту корреляции между  $h$  и  $l^2$ , взятому с противоположным знаком, потому что  $l^2$  возрастает, а  $1/h$  убывает. В результате из формулы (9), с учетом условия  $\rho_{\frac{1}{h} l^2} =$

$-2\rho_{hl^2}$ , получим:

$$D(R) = \frac{l_0^4}{4h_0^4} D(h) + D(l^2) \frac{l_0^2}{h_0^2} + \\ + 2\rho_{hl^2} \sqrt{D(h) D(l^2)}. \quad (10)$$

Соотношение (10) принимаем в качестве рабочего для определения оценок измерения радиуса.

Из анализа результатов измерений (табл. 1) легко увидеть недостатки эксперимента (ячейки выделены серым фоном). Исключая их, приведем результаты обработки данных в табл. 2.

В табл. 2 в строках  $R$  измеренных параметров приведен расчет радиуса по формуле (2) и по данным измерений  $h$  и  $l$ .

Конечно, из-за наличия погрешностей эти значения не являются истинными. Поэтому их можно оценить с помощью математического ожидания и среднего квадратичного отклонения:

$$R \approx M(R) \pm \sqrt{D(R)}. \quad (11)$$

Таблица 2

## Результаты обработки данных измерений

Участок	Измеренный параметр (X)	M(X)	D(X)	$\sqrt{D(X)}$	$\rho_{hl^2}$	D(X)* по (9)	$\frac{D(X)^*}{D(X)}$	R		$\square R$
								R <sub>+</sub>	R <sub>-</sub>	
400	h	0,42	7,71E-04	2,78E-02	0,285					
	l	25,3	2,94E-01	5,42E-01						
	R	775,7	2,63E+03	5,13E+01			2,79E+03	1,06	828,6	722,9
1000	h	0,41	4,21E-04	2,05E-02	-0,534					
	l	25,4	3,36E-01	5,80E-01						
	R	796,3	4,22E+03	6,49E+01			4,45E+03	1,06	863,0	729,6
1600	h	0,41	4,00E-04	2,00E-02	-0,147					
	l	25,7	1,00E-01	3,16E-01						
	R	814,2	2,10E+03	4,59E+01			2,23E+03	1,06	861,4	767,0
2200	h	0,42	2,53E-04	1,59E-02	0,314					
	l	25,3	3,17E-01	5,63E-01						
	R	772,6	1,22E+03	3,50E+01			1,41E+03	1,16	810,2	735,0
2800	h	0,41	4,23E-04	2,06E-02	0,535					
	l	25,8	7,96E-02	2,82E-01						
	R	818,5	1,84E+03	4,29E+01			1,23E+03	0,67	853,7	783,4
3400	h	0,41	4,27E-04	2,07E-02	0,136					
	l	25,8	7,60E-02	2,76E-01						
	R	819,3	1,87E+03	4,32E+01			1,84E+03	0,98	862,2	776,5
4000	h	0,40	4,00E-04	2,00E-02	-0,432					
	l	25,4	3,69E-01	6,07E-01						
	R	802,1	4,13E+03	6,42E+01			4,34E+03	1,05	868,0	736,2
4600	h	0,41	4,78E-04	2,19E-02	-0,139					
	l	25,6	2,74E-01	5,24E-01						
	R	809,3	3,30E+03	5,74E+01			3,38E+03	1,03	867,5	751,2
5200	h	0,41	3,24E-04	1,80E-02	-0,030					
	l	25,7	6,95E-02	2,64E-01						
	R	810,1	1,60E+03	3,99E+01			1,59E+03	1,00	849,9	770,2
5800	h	0,41	4,42E-04	2,10E-02	-0,113					
	l	24,7	1,18E-01	3,44E-01						
	R	749,7	2,19E+03	4,68E+01			2,10E+03	0,96	795,5	703,8
6400	h	0,40	3,73E-04	1,93E-02	-0,020					
	l	25,8	5,56E-02	2,36E-01						
	R	838,3	1,88E+03	4,34E+01			1,91E+03	1,01	881,9	794,6
7000	h	0,41	2,67E-04	1,63E-02	0,314					
	l	25,5	3,79E-01	6,15E-01						
	R	795,0	1,82E+03	4,26E+01			2,47E+03	1,36	844,6	745,3



Рассчитанные по этому соотношению радиус и его погрешность приведены в последних столбцах  $R$ ,  $R_+$ ,  $R_-$  и  $\Delta R$ . Как видно, погрешность не превышает 8,5 %.

Полученные результаты (110 измерений) для радиуса кривизны рельса имеют распределение, близкое к нормальному. Гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности принимается по критерию Пирсона при уровне значимости 0,05. Исправленное среднеквадратическое отклонение этого набора данных составляет  $s = 51,87$  [23]. Для построения интервальной оценки среднеквадратического отклонения генеральной совокупности воспользуемся известной формулой [23]:

$$s(1-q) < \sigma < s(1+q).$$

Число  $s$  нужно брать из табл. [22], для количества измерений  $n = 110$  и уровня значимости 0,05 оно приближенно равно 0,14. Таким образом, интервальная оценка для  $\sigma$  принимает вид

$$44,61 < \sigma < 59,13.$$

Проведем теперь интервальное оценивание математического ожидания генеральной совокупности в предположении, что она распределена нормально.

Среднеквадратическое отклонение генеральной совокупности заранее неизвестно, однако количество измерений больше 50, и в этом случае можно использовать в качестве среднеквадратического отклонения полученную величину  $s = 51,87$ .

Формула для интервальной оценки математического ожидания имеет вид [22]:

$$\bar{R}_B - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{R}_B + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Здесь  $\bar{R}_B = 799,9$  – среднее значение по выборке,  $n = 110$  – число измерений а

число  $t$  находится из условия  $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$ ,  $\gamma$  – надёжность оценки, которую мы при-

дем равной 0,95. С помощью таблиц нормального распределения [36] находим  $t = 1,96$ . В итоге получаем  $790,2 < \mu < 809,6$ .

Заметим, что для симметричного интервала фиксирована величина

$$\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} - \text{полуширина доверительного}$$

интервала, фактически ошибка оценивания. В нашем случае  $\delta = 0,187\sigma$ , что является очень хорошей точностью оценки.

Выражая  $n = \frac{t^2\sigma^2}{\delta^2}$ , получаем известную

формулу для нахождения числа измерений, необходимых для достижения требуемой точности оценки.

Однако в условиях решаемой задачи, возможно, в применении этой формулы нет существенной необходимости. Полученная точность приемлема, а для ее увеличения, скажем, в два раза потребовалось бы увеличить число измерений в 4 раза, т.е. выполнить 440 измерений, что уже не представляется реальным в повседневной практике. Если ограничиться надёжностью 95 %,  $t = 1,96$ , можно предельно упростить формулы для точности оценки и количества измерений:

$$\delta = \frac{1,96\sigma}{\sqrt{n}}, \quad n = 3,84 \left( \frac{\sigma}{\delta} \right)^2.$$

При небольшой точности число  $n$  невелико. Например, если потребовать точность  $\sigma = 0,5\%$ , теоретически будет достаточно 16 измерений. Однако в связи с тем что профиль рельса изменен неравномерно и требует измерения в разных точках, разбросанных по длине рельса, столь малое число измерений представляется недостаточно информативным. Для практики, учитывая недостаточное качество балластного основания карьерных рельсов, для достоверности результатов измерений следует взять в 2–2,5 раза больше точек измерений, например, выполнять измерения в 36 точках.

### Заключение

Предложена методика косвенных измерений для определения радиуса кри-

визны профиля рабочей поверхности рельса для обеспечения конформного контакта бандажа колеса локомотива с рельсом.

Установлено, что в связи с наличием случайных факторов, влияющих на ширину дорожки катания бандажа колеса локомотива с рельсом, следует исключить из полученных результатов случайные составляющие погрешностей измерений аргументов функции косвенных измерений.

В результате теоретических исследований получена упрощенная формула определения дисперсии функции косвенных измерений.

По данным измерений построены доверительные интервалы для оценки математического ожидания и среднеквадратического отклонения радиуса кривизны рельса. Рассмотрен вопрос о выборе числа измерений для достижения заданной точности оценки радиуса рельса.

#### Библиографический список

1. Демкин Н.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей [текст] / Н.Б. Демкин – М.: Наука, 1970. – 227 с.
2. Лужнов Ю.М. Нанотрибология сцепления колес с рельсами. Реальность и возможности [текст] / Ю.М. Лужнов – М.: Интекст, 2009. – 176 с.
3. Gerasimova A. A., Radyuk A.G. The improvement of the surface quality of workpieces by coating // CIS Iron & Steel Review, 2014, pp. 33–35.
4. Keropyan A. M. Features of Interaction of the Traction Wheels of a Electric Locomotive and a Diesel Locomotive with Rails in the Conditions of Open Mountain Works // Journal of Friction and Wear, 2016. Vol. 37, no. 1, pp.78–84 (англ).
5. Обобщение передового опыта тяжеловесного движения: вопросы взаимодействия колеса и рельса / Пер. с англ. У. Дж. Харрис, С. М. Захаров, Дж. Ландгрэн и др/ Интекст, 2002. – 408 с.
6. Hertz, H. Uber die Berührung fester elastischer Korper (1882) J. F. Reine U. Angew. Math., pp. 156-171.
7. Lin, S.P., Takino, Y., Suda, Y., Hashimoto, M., Kageyama, M. A study on the friction characteristics of multiple wheels in wet conditions (2016) Civil-Comp Proceedings, 110.
8. Lin, S., Takino, Y., Suda, Y., Hashimoto, M., Nakano, D., Tanimoto, A., Kageyama, M. Study on dynamics of lightweight railway vehicle with different coefficients of friction in wet condition (2016) The Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks - Proceedings of the 24th Symposium of the International Association for Vehicle System Dynamics, IAVSD 2015, pp. 1499-1504.
9. Ohyama, T., Chen, H., Ishida, M. EHL between rail and wheel of railways (2004) Torai-baro-jisuto/Journal of Japanese Society of Tribologists, 49 (4), pp. 316-322.
10. Ertz, M., Knothe, K. A comparison of analytical and numerical methods for the calculation of temperatures in wheel/rail contact (2002) Wear, 253 (3-4), pp. 498-508.
11. Kaiser, I., Vinolas, J. Comparing the influences of structural flexibility, contact geometry, and contact friction on the running behaviour of a railway vehicle (2016) Civil-Comp Proceedings, 110.
12. Donzella, G., Scppi, M., Solazzi, L., Trombini, F. The effect of block braking on the residual stress state of a solid railway wheel (1998) Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 212 (2), pp. 145-158.
13. Vakkalagadda, M.R.K., Vineesh, K.P., Mishra, A., Racherla, V. Locomotive wheel failure from gauge widening/condemning: Effect of wheel profile, brake block type, and braking conditions (2016) Engineering Failure Analysis, 59, pp. 1-16.
14. Bruni, S., Vinolas, J., Berg, M., Polach, O., Stichel, S. Modelling of suspension components in a rail vehicle dynamics context (2011) Vehicle System Dynamics, 49 (7), pp. 1021-1072.
15. Eickhoff, B.M., Evans, J.R., Minnis, A.J. A Review of Modelling Methods for Railway Vehicle Suspension Components (1995) Vehicle System Dynamics, 24 (6-7), pp. 469-496.
16. Sato, Y., Matsumoto, A., Knothe, K. Review on rail corrugation studies (2002) Wear, 253 (1-2), pp. 130-139.
17. Matsumoto, A., Sato, Y., Nakata, M., Tanimoto, M., Qi, K. Wheel-rail contact mechanics at full scale on the test stand (1996) Wear, 191 (1-2), pp. 101-106.
18. Hiensch, M., Nielsen, J.C.O., Verheijen, E. Rail corrugation in the Netherlands - Measurements and simulations (2002) Wear, 253 (1-2), pp. 140-149.
19. Tumanishvili, G., Natriashvili, T., Goletiani, G., Zviadauri, V., Nadiradze, T. Improvement of working conditions of the freight locomotive running gear (2016) Transport Problems, 11 (3), pp. 103-109.

20. Nielsen, J.C.O., Lundén, R., Johansson, A., Vernersson, T. Train-track interaction and mechanisms of irregular wear on wheel and rail surfaces (2003) *Vehicle System Dynamics*, 40 (1-3), pp. 3-54.
21. Писаренко Г. С. и др. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наукова думка, 1988. – 776 с.
22. Основы трибологии (трение, износ, смазка): Учеб. для техн. вузов / Под ред. А.В. Чичинадзе. – М.: Центр «Наука и техника», 1995. – 778 с.
23. Лужнов Ю.М. Сцепление колес с рельсами. Природа и закономерности. – М.: Интекст, 2003. – 144 с. 9. Демкин Н.Б., Измайлов В.В. Развитие учения о контактном взаимодействии деталей машин // Вестник машиностроения. – 2010. – № 10. – С. 28 – 32.
24. Kragelskiy I.V., Friction and Wear, Butterworths, London, 1965.
25. Bowden F.P., Tabor D. The friction and lubrication of solids. Oxford, 1954. p.195.
26. Jonson K.L. Kontakt Mechaniks. Cambridge University Press. 1987. - 452 p.
27. Nouvion F. Elektrikal control devices for the improvement of adhesion. Paper 5. London, 1963.
28. Verbek H. The modern idea of the clutch and its use. // *Railways of the world Journal*. 1974. №4. - P. 23 - 53.
29. Керопян А.М. Развитие теории взаимодействия и обоснование рациональных параметров системы колесо–рельс карьерных локомотивов в режиме тяги: дисс. докт. техн. наук: 05.05.06: защищена 23.12.2015 / Керопян Амбарцум Мкртичевич.– Екатеринбург, 2015. – 233 с. – Библиогр.: С. 208–223.
30. Керопян А. М., Сизин П. Е., Кряжев Н. М., Басов Р. К. Условия взаимодействия колес карьерных локомотивов с рельсами и определение рациональных геометрических параметров их контактирующих поверхностей // *Горная промышленность*. – 2012. – С. 108–110.
31. Керопян А. М. Теоретические исследования условий обеспечения конформного контакта системы колесо – рельс карьерного железнодорожного транспорта // *Трение и смазка в машинах и механизмах*. – 2013. – № 2. – С. 11-16.
32. Keropyan A. M., Gorbatyuk S.M. Impact of Roughness of Interacting Surfaces of the Wheel-Rail Pair on the Coefficient of Friction in their Contact Area.// *Procedia Engineering, Volume 150*, 2016, Pages 406–410, 2nd International Conference on Industrial Engineering (ICIE-2016). (англ.)
33. Патент РФ на изобретение № 2566598 от 28.08.2014. Способ определения радиуса кривизны цилиндрических поверхностей бесконечной длины // А.М. Керопян, П.Я. Бибииков, П.М. Вержанский, Р.К. Басов. Бюл. № 30 от 27.10.2015.
34. Патент РФ на изобретение № 2568332 от 28.08.2014. Измерительный инструмент для контроля радиуса кривизны цилиндрических поверхностей бесконечной длины // А.М. Керопян, Д.Е. Капуткин, П.Я. Бибииков, Р.К. Басов, М.Ю. Завьялов. Бюл. №32 от 20.11.2015.
35. Рабинович С.Г. Погрешности измерений. – Л.: Энергия, 1978. – 262 с.
36. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студентов вузов / В.Е. Гмурман . – 12-е изд., перераб. – М.: Высшее образование, 2008. – 478 с.
37. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 278 с.

“Gornye nauki i tehnologii”/ “Mining science and technology”, 2017, No. 2, pp. 60-69

<b>Title:</b>	<b>Technique of Measurement of Working Rail Profile Curvature Radius. Errors at Indirect Measurements</b>
<b>Author 1</b>	<i>Name&amp;Surname : Pavel E. Sizin</i> <i>Company: National University of Science and Technology “MISIS”</i> <i>Address: Argunovskaya str., 12-266, 129075 Moscow</i> <i>Scientific Degree: Dr. Sci.</i> <i>Work position: Assistant Professor</i> <i>Contacts: mstranger@list.ru; +7 905 713 63 56</i>
<b>Author 2</b>	<i>Name&amp;Surname: Ambartsum M. Keropyan</i> <i>Company: : National University of Science and Technology “MISIS”</i> <i>Address: Kalinina str. 22 - 40, 141282 Ivanteevka, Mosk. Region</i> <i>Scientific Degree: Dr. Sci (Tech.)</i>

	<p>Work position: <b>Professor</b>          Contacts: <b>am_kerop@mail.ru; +7 903 582 80 67</b></p>
<b>Author 3</b>	<p>Name&amp;Surname: <b>Yurii E. Babitchev</b>          Company: <b>National University of Science and Technology “MISIS”</b>          Address: <b>Leninsky Prospekt, 52-58, 119333, Moscow</b>          Scientific Degree: <b>Dr. Sci (Eng.)</b>          Work position: <b>Professor</b>          Contacts: <b>g_juri@mail.ru; +7 (925) 706 90 68</b></p>
<b>Author 4</b>	<p>Name&amp;Surname: <b>Roman K. Basov</b>          Company: <b>Company “Vostorg”</b>          Address: <b>9 May str., 95 - 74, 663980 Borodino, Krasnoyarsk Krai</b>          Work position: <b>General Director</b>          Contacts: <b>+ 7 926 057 22 03</b></p>
<b>DOI</b>	<b>DOI: 10.17073/2500-0632-2017-2-60-69</b>
<b>Abstract:</b>	<p>The article suggests a practical method of indirect curvature radius measurements of the working surface worn profile due to rail operation to create a conformal contact locomotive wheel tread with the rail. Conformal contact can provide an increase of the coefficient wheel-rail adhesion in the contact spot and lead to contact stress decrease due to an increase of the actual contact area of the interacting surfaces. The measured radius of curvature is used to restore the worn rail profile by of the rail surface grinding.</p> <p>It is established that in connection with the presence of random factors affecting on the surface of driving path at interaction of the locomotive wheel with the rail, random errors should be excluded from the obtained measurement results or the magnitude of the random components of errors should be estimated. At indirect measurements, it is not easy to find the best estimate of the true value of the measured size because of the unknown law of error distribution. On the basis of theoretical studies, the paper justifies a simplified formula for determination of the variance of the indirect measurement function of rail profile curvature radius according to the mathematical expectations and variances of the measured arguments. Simultaneous measurement of several arguments of the indirect measurement function leads to a correlation dependence of the arguments, that is taken into account in the proposed technique.</p> <p>Based on the measurement data, confidence intervals are constructed to estimate the mathematical expectation and the standard deviation of the radius of curvature of the rail. The question of choosing the number of measurements to achieve a specified accuracy of the curvature radius of the rail surface profile is considered.</p>
<b>Keywords:</b>	<i>radius of curvature, profile of rail working surface, conformal contact, half-width of the surface of driving path, height of rail profile arc segment, measurement error, dispersion of indirect measurement function, random error, mathematical expectation, correlation coefficient.</i>
<b>References:</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Demkin N.B. Contact rough surfaces [text] / N.B. Demkin - M.: Science, 1970. - 227 p.</li> <li>2. Luzhnov Yu.M. Nanotribology of the synthesis of wheels with rails. Reality and possibilities [text] / Yu.M. Luzhnov - M.: In-text, 2009. - 176 p.</li> <li>3. Gerasimova AA, Radyuk AG Improvement of surface quality of blanks by coating // Revision of pig iron and steel in the CIS, 2014, p. 33-35.</li> <li>4. AM Keropyan. Features of interaction of traction wheels of an electric locomotive and diesel locomotive with rails in conditions of open mining operations // Journal of friction and wear, 2016. Vol. 37, no. 1, p.78-84 (eng).</li> <li>5. Generalization of the advanced experience of heavy traffic: the interaction of the wheel and rail / Trans. with English. WJ Harris, SM Zakharov, J. Landgren et al / Intext, 2002. □ 408 p.</li> <li>6. Hertz, H. Uber die Berührung fester elastischer Körper (1882) J. F. Reine U. Angew. Math., Pp. 156-171.</li> </ol>



7. Lin, S.P., Takino, Y., Suda, Y., Hashimoto, M., Kageyama, M. Study of the friction characteristics of several wheels in humid conditions (2016) Civil-Comp Proceedings, 110.
8. Lin, S., Takino, Y., Suda, Y., Hashimoto, M., Nakano, D., Tanimoto, A., Kageyama, M. Study of the dynamics of light rail transport with various friction coefficients in the wet state (2016). year) Dynamics of vehicles on roads and roads - materials of the 24th symposium of the International Transport Dynamics Association, IAVSD 2015, pp. 1499-1504.
9. Ohyama, T., Chen, H., Ishida, M. EHL between the railway and the railway wheel (2004) Torairarogisuto / Journal of the Japanese Society of Tribologists, 49 (4), p. 316-322.
10. Ertz, M., Knothe, K. Comparison of analytical and numerical methods for calculating temperatures in wheel / rail contact (2002). Depreciation, 253 (3-4), p. 498-508.
11. Kaiser, I., Winolas, J. Comparison of the influence of structural flexibility, contact geometry and contact friction on the behavior of railway traffic (2016) Civil-Comp Proceedings, 110.
12. Donzella G., Scipi, M., Solazzi, L., Trombini, F. The influence of block braking on the state of the residual stress of a solid railway wheel (1998) Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 212 (2), pp. 145-158.
13. Vakkalagadda, MRK, Vineesh, KP, Mishra, A., Racherla, V. Impairment of the locomotive wheel due to the increase / dehumidification of the track: the effect of the wheel profile, brake unit type and braking conditions (2016) Engineering failure analysis, 59, pp. 1-16.
14. Bruni S., Vinolas, J., Berg, M., Polach, O., Stichel, S. Modeling of Suspension Components in the Context of Dynamics of Railway Transport (2011). Dynamics of the Vehicle System, 49 (7), p. 1021-1072.
15. Eickhoff, B.M., Evans, J.R., Minnis, A.J. Review of modeling methods for components of the railway suspension (1995) Dynamics of the vehicle system, 24 (6-7), pp. 469-496.
16. Sato, Y., Matsumoto, A., Knothe, K. Review of studies of corrugation of rails (2002). Depreciation, 253 (1-2), pp. 130-139.
17. Matsumoto A., Sato, J., Nakata M., Tanimoto M., Qi, K. Wheel-rail contacts in full scale on the test bed (1996). Depreciation, 191 (1-2), pp. 101-106.
18. Hiensch M., Nielsen, J.C.O., Verheijen, E. Corrugation of railways in the Netherlands. Measurements and modeling (2002). Depreciation, 253 (1-2), pp. 140-149.
19. Tumanishvili G., Natriashvili T., Goletiani G., Zviadauri V., Nadiradze T. Improving working conditions of the chassis of the freight locomotive (2016). Transport problems, 11 (3), p. 103 -109.
20. Nielsen, JCO, Lundén, R., Johansson, A., Vernersson, T. Training interaction and mechanisms of irregular wear of wheel and rail surfaces (2003). Dynamics of the vehicle system, 40 (1-3), p. 3-54.
21. Pisarenko GS et al. Handbook on the resistance of materials. □ Kiev: Naukova Dumka, 1988. □ 776 p.
22. Fundamentals of tribology (friction, wear, lubrication): Proc. for techn. universities / Ed. A.V. Chichinadze. - Moscow: Center "Science and Technology", 1995. □ 778 p.
23. Luzhnov Yu.M. Coupling of wheels with rails. Nature and patterns. - M.: Intext, 2003. - 144 with. 9. Demkin NB, Izmailov V.V. Development of the doctrine of contact interaction of machine parts // Bulletin of Machine Building. - 2010. - No. 10. - P. 28 - 32.
24. Kragelsky IV, Friction and Wear, Butterworth, London, 1965.
25. Bowden FP, Tabor D. Friction and lubrication of solids. Oxford, 1954. p.195.
26. Johnson K.L. Contact Mechanics. Press of Cambridge University. 1987. - 452 p.



27. Nouvion F. Elektrikal manages devices to improve adhesion. Paper 5. London, 1963.
28. Verbek H. The modern idea of coupling and its use. // Railways of the World Journal. 1974. №4. - P. 23 - 53.
29. AMKeropyan. Development of the theory of interdependence and rationale for rational parameters of the wheelwheel system of quarry locomotives in traction mode: diss. Doct. tech. Sciences: 05.05.06: is protected 12/23/2015 / Keropyan Ambartsum Mkrtych-vich .- Ekaterinburg, 2015. - 233 with. - Bibliography: S. 208-223.
30. Keropyan AM, Sizin PE, Kryazhev NM, Basov RK Conditions for the interaction of wheels of career locomotives with rails and determination of rational geometric parameters of their contacting surfaces // Mining. □ 2012. □ P. 108-110.
31. AM Keropyan. Theoretical studies of the conditions for ensuring the conformal contact of the wheel-rail system of a quarry railway transport // Friction and lubrication in machines and mechanisms. □ 2013. □ No. 2. □ pp. 11-16.
32. Keropyan A. M., Gorbatyuk S.M. Impact of Roughness of Interacting Surfaces of the Wheel-Rail Pair on the Coefficient of Friction in their Contact Area.// Procedia Engineering, Volume 150, 2016, Pages 406-410, 2nd International Conference on Industrial Engineering (ICIE-2016). (English)
33. The patent of the Russian Federation for the invention № 2566598 from 08/28/2014. Method for determining the radius of curvature of cylindrical surfaces of infinite length. Keropyan, P.Ya. Bibikov, P.M. Verzhansky, R.K. Basov. Bul. № 30 of 27.10.2015.
34. The patent of the Russian Federation for the invention № 2568332 from 08/28/2014. Measuring tool for controlling the radius of curvature of cylindrical surfaces of infinite length. Keropyan, D.E. Kaputkin, P.Ya. Bibikov, R.K. Basov, M.Yu. Zavyalov. Bul. № 32 of 20.11.2015.
35. Rabinovich SG Measurement errors. - L. : Energia, 1978. - 262 p.
36. Gmurman, VE Theory of Probability and Mathematical Statistics: Textbook. manual for university students / V.E. Gmurman. - 12 th ed., Pererab. - M. : Higher education, 2008. - 478 p.
37. Adler Yu.P., Markova EV, Granovsky Yu.V. Planning an experiment when searching for optimal conditions. - Moscow: Nauka, 1976. - 278 p.